83

SUPERINDUSTRIA Y COMERCIO
Radicacion : 04094973 00000002 Folios: 144
Fecha (AMD): 2004-12-17 14:14:45
Tramite : 002 PATENTES D 1 REGISTRO/ 444 RESPUESTA
Dependencia: 2000 DIVISION DE NUEVAS CREACIONES

Señores
SUPERINTENDENCIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO
DIVISIÓN DE NUEVAS CREACIONES
E. S. D.

Ref.: Expediente No. 04-094.973
Solicitud de Patente para "USO DE ISOGENOS PARA EL DISEÑO DE CRIPTOSISTEMAS".

Solicitante: Microsoft Corporation.

Darío Cárdenas Navas, identificado como aparece al pie de mi firma, atentamente me dirijo a ese Despacho dando respuesta al Oficio No. 10016 de fecha 28 de Octubre de 2004.

Para tal efecto me permito adjuntar los siguientes documentos:

1. Copia auténtica y debidamente Apostillada del documento donde consta la cesión del derecho a la patente otorgada por los inventores a favor del solicitante.

2. Copia auténtica del documento de prioridad correspondiente a la patente de los Estados Unidos No. 60/517.142 de fecha 3 de Noviembre de 2003.

   Copia auténtica del documento de prioridad correspondiente a la patente de los Estados Unidos No. 10/816.083 de fecha 31 de Marzo de 2004.

   Tal como consta en los archivos de la Oficina de Patentes, el recibo oficial 04-075.289 de fecha 22 de Septiembre de 2004 correspondiente a la reivindicación de la prioridad fue presentado junto con la solicitud de patente radicada ante ese Despacho el día 23 de Septiembre de 2004.

3. Adjunto igualmente nuevo capítulo reivindicatorio debidamente numerado.

Habiendo dado cumplimiento a los requerimientos incluidos en el Oficio No. 10016 de fecha 28 de Octubre de 2004 atentamente solicito a ese Despacho proceda con la publicación de la solicitud de patente en referencia.

Atentamente,

Darío Cárdenas Navas.
c.c. 17.066.629 de Bogotá
t.p. 1.250 C.S.J.

jag/correspo/Microsoft.programminginterfaceforlicensing.doc
f. p-282

UNITED STATES OF AMERICA

The State of Washington

Secretary of State

APOSTILLE

(Convention de la Haye du 5 Octobre 1961)

1. Country: **United States of America**

2. This public document has been signed by: LAURIE A. HENEGHAN

3. acting in the capacity of: Notary Public, State of Washington

4. bears the seal/stamp of: LAURIE A. HENEGHAN

CERTIFIED

5. at: Olympia, Washington

6. the: 2 day of August, 2004

7. by: Sam Reed, Secretary of State

8. No: 200421715

9. Seal/Stamp:

10. Signature:

Given under my hand and the Seal of the State of Washington at Olympia, the State Capital

Sam Reed, Secretary of State

85

UNITED STATES OF AMERICA

The State of Washington

Secretary of State

APOSTILLE

(Convention de la Haye du 5 Octobre 1961)

1. Country: **United States of America**

2. This public document has been signed by: TRACY A. BURNS

3. acting in the capacity of: Notary Public, state of Washington

4. bears the seal/stamp of: TRACY A. BURNS

CERTIFIED

5. at: Olympia, Washington

6. the: 2 day of August, 2004

7. by: Sam Reed, Secretary of State

8. No: 200421714

9. Seal/Stamp:

10. Signature:

Given under my hand and the Seal of the State of Washington at Olympia, the State Capital

Sam Reed, Secretary of State

6

85

86

Colombia
307154.25

ASSIGNMENT

Between the undersigned, David Y. Jao and Ramarathnam Venkatesan, citizens of the U.S. and India, respectively, domiciled at One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, USA, and One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, USA, respectively, henceforth the **Assignors**, and **David Bartley Eppenauer**, acting in his capacity of Assistant Corporate Secretary, of Microsoft Corporation, a company legally constituted and in existence in accordance to the laws of State of Washington, USA, and domiciled at One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, USA, henceforth the **Assignee** and,

A. Whereas the **Assignee** has applied for registration before the Colombian Patent Office, the following patent application:

Title of the invention	File No.	Filing date
USE OF ISOGENIES FOR DESIGN OF CRYPTOSYSTEMS		

B. Whereas the **Assignors** are the inventors of the invention which is the object of the above-mentioned patent application.

C. Whereas the **Assignee** is interested in obtaining the assignment of the above-mentioned patent invention, and the **Assignors** are interested in assigning it to the **Assignee**.

The following agreement has been entered:

First: The **Assignors** assign to the **Assignee** every and all rights belonging to the **Assignors** regarding the invention that is the object of the patent application mentioned in letter A. of this document.

Second: The **Assignee** accepts the aforementioned assignment.

Third: This assignment shall inure to and be binding on the parties, and their subsidiaries, affiliates, successors, assignees, and licensees, if any.

NOTARIA 16 ... 7 SET. 2004

86

Signed on the 16 day of July of 2004, in two originals, by

(Assignor)
David Y. Jao

Subscribed and sworn to before me, Laurie Henegham
a Notary Public, this 16 day of July, 2004.

Notary Public
[SEAL]

Signed on the 16 day of July of 2004, in two originals, by

Ramarathnam Venkatesan

(Assignor)
Ramarathnam Venkatesan

Subscribed and sworn to before me, Laurie Henegham
a Notary Public, this 16 day of July, 2004.

Notary Public
[SEAL]

MICROSOFT CORPORATION

By:
(Assignee)
David Bartley Eppenauer
Assistant Corporate Secretary

Subscribed and sworn to before me, Tracy Burns
a Notary Public, this 23rd day of July, 2004.

Notary Public
[SEAL]

(This document must be duly legalized by Apostille)

88

Traducción:

Estados Unidos de América

Estado de Washington

(Sello del Estado de Washington)

Secretaría del Estado

APOSTILLE

(Convención de La Haya del 5 de octubre de 1961)

1. País: **Estados Unidos de América**

2. Este documento público ha sido firmado por **LAURIE A. HENEGHAN**

3. *actuando en calidad de* **Notario Publico, estado de Washington**

4. *portando el sello y/o estampilla de* **LAURIE A. HENEGHAN**

CERTIFICADO

5. *en Olimpia, Washington* 6. *el día* 2 de agosto de 2004

7. *por* *Sam Reed, Secretario del Estado*

8. *No.* *200421715*

9. Sello y/o Estampilla *10. Firma*

Gran Sello en Relieve del Estado de Washington

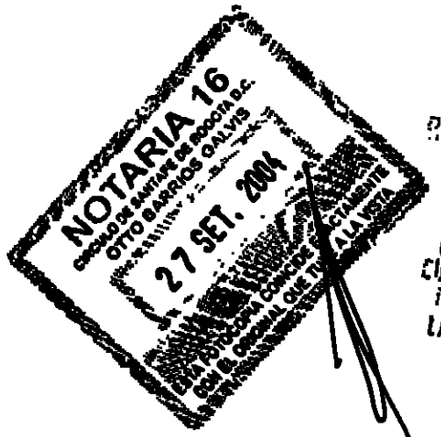
Dado con mi puño y letra y con el Sello del Estado de Washington en Olimpia, Capital del Estado

Sam Reed

Sam Reed, Secretario de Estado

NOTARIA 16 CIRCULO DE SANTAFE DE BOGOTA D.C. OTTO BARRIOS GALVIS 27 SET. 2004 ESTA FOTOCOPIA CONCUERDA EXACTAMENTE CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

Victoria Eugenia Ortiz de Ramírez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 301 - 22/5/92
MINJUSTICIA



MINISTERIO DE
RELACIONES EXTERIORES

265434
Victoria Cruz
CUYA FIRMA APARECE EN EL
DOCUMENTO DESEMPEÑA
LAS FUNCIONES INDICADAS

NO SE ASUME
RESPONSABILIDAD DEL TEXTO

2004 SET 24 P 1:29

JEFE DE LEGALIZACIONES
BOGOTA D.C.

89

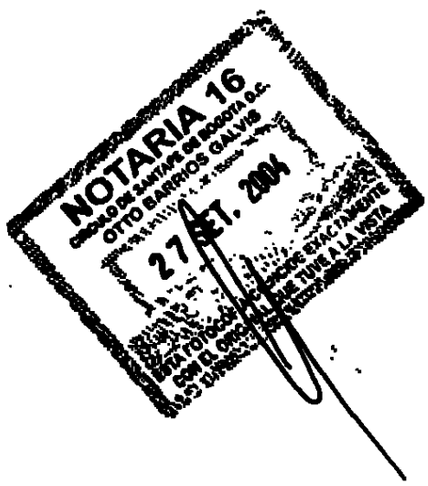
CERTIFICACIÓN

Yo, VICTORIA EUGENIA CRUZ DE RAMÍREZ, declaro que soy Traductora e Intérprete Oficial los idiomas Inglés y Español, con sede en la Calle 148 # 14-09 (202) en Bogotá DC, Colombia.

Declaro que la traducción adjunta es una versión fiel y completa al español de la APOSTILLA, expedida en Olimpia, Washington, con fecha 2 de agosto de 2004, en idioma inglés, distinguida con el número 200421715 y firmada por SAM REED, Secretario de Estado del Estado de Washington, Estados Unidos de América.

Victoria Eugenia Cruz de Ramírez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 391 - 22/04/02
MINJUSTICIA

VICTORIA EUGENIA CRUZ DE RAMÍREZ
Traductor e Intérprete Oficial
Resol. 0391-22/04/02 de MinJusticia



Traducción:

Estados Unidos de América

Estado de Washington

(Sello del Estado de Washington)

Secretaría del Estado

APOSTILLE

(Convención de La Haya del 5 de octubre de 1961)

1. País: **Estados Unidos de América**

2. Este documento público ha sido firmado por **LAURIE A. HENEGHAN**

3. actuando en calidad de **Notario Publico, estado de Washington**

4. portando el sello y/o estampilla de **LAURIE A. HENEGHAN**

CERTIFICADO

5. en Olimpia, Washington *6. el día* 2 de agosto de 2004

7. por *Sam Reed, Secretario del Estado*

8. No. *200421714*

9. Sello y/o Estampilla *10. Firma*

Gran Sello en Relieve del Estado de Washington

Dado con mi puño y letra y con el Sello del Estado de Washington en Olimpia, Capital del Estado

Sam Reed

Sam Reed, Secretario del Estado

NOTARIA 16 27 SET. 2004

Victoria Eugenia Cruz de Rollinez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 391 - 2004/02
MINJUSTICIA

160

91

CERTIFICACIÓN

Yo, VICTORIA EUGENIA CRUZ DE RAMÍREZ, declaro que soy Traductora e Intérprete Oficial los idiomas Inglés y Español, con sede en la Calle 148 # 14-09 (202) en Bogotá DC, Colombia.

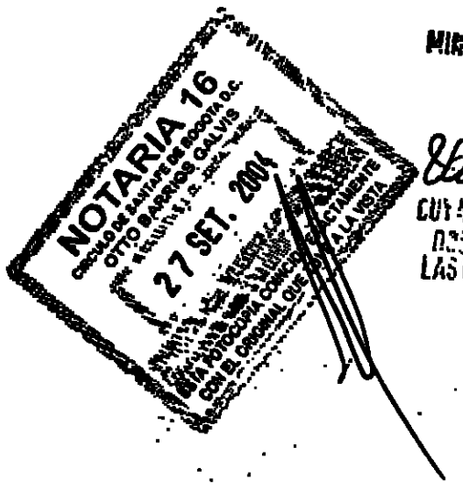
Declaro que la traducción adjunta es una versión fiel y completa al español de la APOSTILLA, expedida en Olimpia, Washington, con fecha 2 de agosto de 2004, en idioma inglés, distinguida con el número 200421714 y firmada por SAM REED, Secretario de Estado del Estado de Washington, Estados Unidos de América.

Victoria Eugenia Cruz de Ramírez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 391 - 22/04/02
MIN JUSTICIA

VICTORIA EUGENIA CRUZ DE RAMÍREZ
Traductor e Intérprete Oficial
Resol. 0391-22/04/02 de MinJusticia

NOTARIA 16
CÍRCULO DE SANTAFÉ DE BOGOTA D.C.
OTTO BARRIOS GALVIS
21 SET. 2004
ESTA FOTOCOPIA CONCUERDA EXACTAMENTE CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

4



MINISTERIO DE RELACIONES EXTERIORES

447603

CUYA FIRMA APARECE EN EL DOCUMENTO ADJUNTO ES LA DE LOS FUNCIONARIOS INDICADOS

NO SE ASUME RESPONSABILIDAD DEL TEXTO

2004 SEP 24 P 12:06

JEFE DE LEGALIZACIONES
SANTAFE DE BOGOTA D.C.

92

Traducción:

Colombia
307164.25

CESION

Entre los abajo firmantes, David Y. Jao y Ramarathnam Venkatesan, ciudadanos de EEUU e India, respectivamente, con domicilio en One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, USA y One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, USA, respectivamente, en adelante los Cedentes, y David Bartley Eppenauer, en su calidad de Vicesecretario Corporativo de Microsoft Corporation, sociedad constituida legalmente y con existencia conforme a las leyes del Estado de Washington, Estados Unidos de América, y con domicilio en One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, USA, en adelante la Cesionaria, y

A. Considerando que la Cesionaria ha presentado ante la Oficina Colombiana de Marcas y Patentes la siguiente solicitud de patente:

NOMBRE DEL INVENTO	EXPEDIENTE No.	FECHA DEL EXPEDIENTE
USO DE ISOGENOS PARA EL DISEÑO DE CRIPTOSISTEMAS		

B. Considerando que los Cedentes son los inventores del invento objeto de la solicitud de patente anteriormente mencionada.

C. Considerando que la Cesionaria está interesada en obtener el invento con patente anteriormente citado, y los Cedentes están interesados en cedérselo a la Cesionaria,

Se ha establecido el siguiente contrato:

NOTARIA 16
CIRCULO DE SANTAFE DE BOGOTA D.C.
OTTO MARIO CALVIS
27 SEP 2004
ESTA FOTOCOPIA COINCIDE EXACTAMENTE CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

Victoria Eugenia Cruz de Ramirez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 381 - 22/04/02
MINJUSTICIA

93

Primero: Los **Cedentes** le ceden a la **Cesionaria** todos y cada uno de los derechos pertenecientes a la **Cedente** con respecto al invento objeto de la solicitud de patente mencionada en el numeral A del presente documento.

Segundo: La **Cesionaria** acepta la cesión anteriormente citada.

Tercero: Esta Cesión entrará en vigor y obligará legalmente a las partes, a sus subsidiarias, afiliados, sucesores, cesionarios y licencias, si los hubiera.

Firmado el día *16* de *julio* de *2004*, en dos originales, por

(Firma) _____

(Cedente)

David Y. Jao

Firmada y Juramentada ante mí, *Laurie Heneghar*

Notario Público, hoy día *16* **de** *Julio* **de** 2004

Laurie Heneghar

Notario Público

SELLO

Firmado el día *15* de *julio* de *2004*, en dos originales, por

(Firma) _____

(Cedente)

Ramarathnam Venkatesan

Firmada y Juramentada ante mí, *Laurie Heneghar*

Notario Público, hoy día *16* **de** *Julio* **de** 2004

Laurie Heneghar

Notario Público

SELLO

NOTARIA 16 DE BOGOTA D.C. CARLOS GALVIS OTTO

Victoria Eugenia Cruz de Ramírez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 391 - 22/04/92
MINJUSTICIA

MICROSOFT CORPORATION

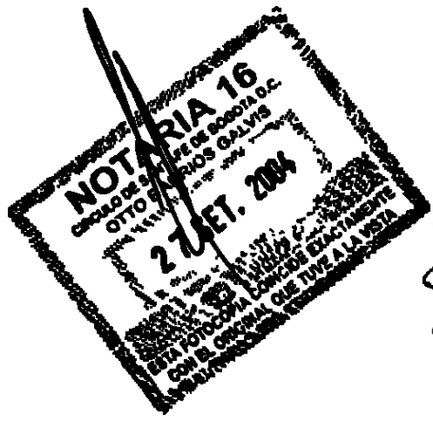
Representado por *(Firma)*

(Cesionaria)
David Bartley Eppenauer
Vicesecretario Corporativo

Firmada y Juramentada ante mí, *Tracy A. Burns*
Notario Público, hoy día *23* **de** *Julio* ***de*** **2004**

Tracy A. Burns
Notario Público
SELLO

(Este documento debe ser debidamente legalizado por Apostille)



Victoria Eugenia Cruz de Ramírez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 391 - 22/04/82
MINJUSTICIA

104
95

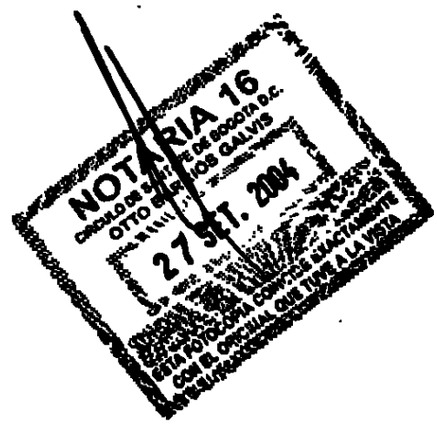
CERTIFICACIÓN

Yo, VICTORIA EUGENIA CRUZ DE RAMÍREZ, declaro que soy Traductora e Intérprete Oficial los idiomas Inglés y Español, con sede en la Calle 148 # 14-09 (202) en Bogotá DC, Colombia.

Declaro que la traducción adjunta es una versión fiel y completa al español del documento CESIÓN, contrato en idioma inglés, distinguido con el No.307154.25 y autenticado ante LAURIE HENEGHAR y por TRACY A. BURNS, Notarios Públicos del Estado de Washington, Estados Unidos de América.

Victoria Eugenia Cruz de Ramirez
TRADUCTOR E INTERPRETE OFICIAL
RES. 391 • 22/04/02
MINJUSTICIA

VICTORIA EUGENIA CRUZ DE RAMÍREZ
Traductor e Intérprete Oficial
Resol. 0391-22/04/02 de MinJusticia



105
96

PR 1194785

THE UNITED STATES OF AMERICA

TO ALL TO WHOM THESE PRESENTS SHALL COME:

UNITED STATES DEPARTMENT OF COMMERCE

United States Patent and Trademark Office

July 15, 2004

THIS IS TO CERTIFY THAT ANNEXED HERETO IS A TRUE COPY FROM THE RECORDS OF THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE OF THOSE PAPERS OF THE BELOW IDENTIFIED PATENT APPLICATION THAT MET THE REQUIREMENTS TO BE GRANTED A FILING DATE UNDER 35 USC 111.

APPLICATION NUMBER: ***60/517,142***
FILING DATE: ***November 03, 2003***

By Authority of the
COMMISSIONER OF PATENTS AND TRADEMARKS

N. WOODSON
Certifying Officer

106
97

PATENT APPLICATION SERIAL NO. _____

U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE
PATENT AND TRADEMARK OFFICE
FEE RECORD SHEET

11/18/2003 [illegible] 00000005 500463 60517142
01 FC:1005 160.00 DA

PTO-1556
(5/87)

*U.S. Government Printing Office: 2002 — [illegible]

KF

PROVISIONAL APPLICATION COVER SHEET

This is a request for filing a PROVISIONAL APPLICATION under 37 CFR 1.53(c)

Docket Number 307154.01		Type a plus sign (+) inside this box→	+

INVENTOR(S)/APPLICANT(S)

FIRST NAME	MIDDLE INITIAL	LAST NAME	RESIDENCE (CITY AND EITHER STATE OR FOREIGN COUNTRY)
Ramarathnam David		Venkatesan Jao	Redmond Washington, USA Bellevue, Washington, USA

TITLE OF THE INVENTION
(280 characters max)
Use of Isogenies for design of Cryptosystems

CORRESPONDENCE ADDRESS

Leo Novakoski
Microsoft Corporation
ATTN: Patent Docket Department
One Microsoft Way
Redmond, WA 98052-6399
(425) 882-8080

ENCLOSED APPLICATION PARTS (*check all that apply*)

- ☒ Specification — *Number of Pages:* 9
- ☒ Drawing(s) — *Number of Sheets:* 1
- ☒ Return Receipt Postcard
- Certificate of Mailing included below

METHOD OF PAYMENT

☒ The Commissioner is hereby authorized to charge filing fees or credit any overpayment to Deposit Account Number: 50-0463.
Total Fee Due: $160.00

This invention was not made by an agency of the United States Government or under a contract with an agency of the United States Government.

Respectfully submitted,

Signature: _____ Date: November 3, 2003

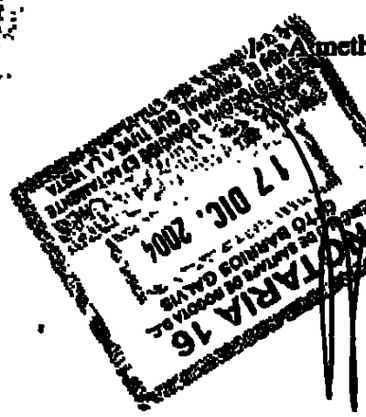
Typed or Printed Name: Leo Novakoski Reg. No. 37,198

"Express Mail" Mailing Label number: EV340989507US Date of Deposit: November 3, 2003

I hereby certify that this paper or fee is being deposited with the United States Services "Express Mail Post Office to Addressee" service under 37 CFR on the date indicated above and is addressed to the Assistant Commissioner for Patents, Washington, D.C.

_____ Debbie Higgins
(Signature of person mailing paper or fee) (Typed or printed name of person mailing paper or fee)

PROVISIONAL APPLICATION FILING ONLY



1. A method for signing a message comprising:

publishing first and second elliptic curves, E1 and E2, and corresponding values on the curves, α and β, respectively, wherein α and β are related through an isogeny, φ;

applying a map-to-point algorithm to a message, m, to determine a second value, Q, on E2; and

transmitting m and $\hat{\varphi}$ to a recipient, wherein $\hat{\varphi}$ is a dual isogeny of φ.

2. A method for encrypting a message comprising:

publishing first and second elliptic curves, E1 and E2, and corresponding values on the curves, α and β, respectively, wherein α and β are related through an isogeny, φ;

transmitting a scalar product $r\alpha$ to a first party, wherein r is a random number;

XORing a message to be encrypted with a pairing $e2(\beta, rT)$, wherein T is a name assigned to the first party; and

XORing the encrypted message with a pairing $e1(r\alpha, S)$ to recover the encrypted message, wherein S is related to T through dual isogeny, $\hat{\varphi}$ and e1 and e2 are pairing functions associated with E1 and E2, respectively.

180 185

MS Reference: 307154.01 Date: 11/03/03
Submitted By: Leo Nowlan
Title: USE of ISOGENIES for DESIGN of CRYPTOSYSTEMS
Inventors: David Jao & Ramarathnam Venkatesan

REQUEST FOR PROVISIONAL APPLICATION
UNDER 37 CFR 1.53
Included:
Specification 10 Number of Pages.
Drawings
Authorization to charge Deposit Account 50-0463
Certificate of Mailing
Express Mail Number: EV340895705US

[redacted]

Microsoft Corporation
One Microsoft Way, Building 8
Redmond, WA 98052
Attn: Patent Department (Leo Nowlan)

NOTARIA 16
CIRCULO DE BOGOTA D.C.
OTTO MORALES BARRIOS GALVIS
17 DIC. 2004
COPIA FOTOSTATICA CONFORME CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

Cryptographic systems based on Isogenies

David Jao Ramarathnam Venkatesan

October 31, 2003

Abstract

We define some computational problems related isogenies and study their relation to earlier known problems. Under some hardness assumptions, we show how to construct systems for encryption, identity based encryption, and short signatures.

1 Introduction

This document is concerned with use of isogenies to design cryptographic systems.

2 Preliminaries

Define Isogenies, recall its properties.
Define Weil pairing

Define DLOG/E oracle, etc
Deine CDH/E assumption etc.

$1 \neq \deg(\phi) \bmod M = range$ of well pairing by assumption.

We investigate the use of isogenies for constructing cryptographic systems. We call an isogeny B-smooth if its order is B-smooth. We need to address the representation of isogenies. If it is smooth we represent it as a composition of small degree isogenies given by a straightline program. In this a case question arises whether the intermediate curves are given or not. If it is not smooth we restrict ourselves to giving its values at one or more points. We need to revisit this issue later.

We consider curves defined over a finite field F_p of large characteristic. In cryptosystems if any pairing is used then we will assume that target finite field is large enough to render the discrete log problem in this field infeasible.

3 Some Computational problems related to isogenies

We first define some problems reltaed to computation of isogenies.

1. Isogeny Computation problem: Given a pair of curves (E_1, E_2) over R, and a pair $(P, Q) \in (E_1, E_2)$ find
   (a) Smooth Case: Find $\phi : E_1 \longrightarrow E_2$ so that $\phi(P) = Q$
   (b) non-smooth case: Given P' find $\phi(P')$. (Note that in this case we want to be able to easily check the answer using some pairing function so that the problem is well defined).

2. Isogeny Factorization problem: Given a triple of curves (E_1, E', E_2) over R, and $(P, P', Q) \in (E_1, E', E_2)$ find
   (a) Smooth Case: Given $\phi : E_1 \longrightarrow E_2$, factor ϕ as $\phi = \phi_1\phi_2$, where $\phi_1(P) = P'$ and $\phi_2(P') = Q$.
   (b) non-smooth case: Given $P'' \in E_1$ find its image in E' and E_2. Or given Q'' find its pre-images in E_1 and E'.

3. Dual Isogeny Computation problem: Given a pair of curves (E_1, E_2) over R, and a pair $(P, Q) \in (E_1, E_2)$ such that there is an implicitly specified isogeny $\phi : E_1 \longrightarrow E_2$ so that $\phi(P) = Q$,
   (a) Smooth Case: Find any $\hat{\phi} : E_1 \longrightarrow E_2$.
   (b) non-smooth case: Given P' on E_2 find $\hat{\phi}(P')$. (Note that in this case we want to be able to easily check the answer using some pairing function so that the problem is well defined).

4. Isogeny Inversion problem: Given a pair of curves (E_1, E_2) over R, and a pair $(P, Q) \in (E_1, E_2)$ such that there is an implicitly specified isogeny $\phi : E_1 \longrightarrow E_2$ so that $\phi(P) = Q$
   (a) Smooth Case: Given Q' find $\phi^{-1}(Q')$.
   (b) non-smooth case: Given Q' find $\phi^{-1}(Q')$ (Note that in this case we want to be able to easily check the answer using some pairing function so that the problem is well defined).

(AR) Random Oracle Assumption: We will make the assumption that our hash functions behave like random functions.

4 Specifying an isogeny

First we take the view point of specifying an isogeny by its action on the group over some finite extension of the ground field. The problem is that two distinct isognies may coincide upto some extensions but may be distinct in a larger field. (Q: Is there a bound on degree of an extension we must care about to resolve this mathematically given that isogeny is defined over K?). A good idea would be to consider only those extensions are $O(\log q)$.

The abelian group $E(K)$ where K is a finite field of q elements is isomorphic to $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ where $mn = \#E(K), n|m$ and in addition $n|D, D \stackrel{def}{=} (m^n, q-1)$. One can compute mn using Schoof's algorithm and if factorisation of D is known, n can be obtained using a randomised polynomial time algorithm(See (7). If $\tilde{P}$ and $\tilde{Q}$ of order n and m respectively such that any point can be written as $a\tilde{P} + b\tilde{Q}$, they are called (7) generators in echelon form and an $O(q^{\frac{1}{2}+\epsilon})$ algorithm for constructing them is given by Kohel and Shparlinski. In any case we can specify an isogney $\phi : E_1(K) \longrightarrow E_2(K)$ by its images $\phi(P), P \in S$, where S is a set of generators. Typically, the group is cyclic, or as above $|S| = 2$. In any case one can choose S randomly:

Lemma 1 *(Erdös-Renyi) Let G be a finite abelian group and $g_1, \ldots g_k$ be random elements of G. There exists a small constant c, such that its subset sums are almost uniformly distributed over G, if $k \geq c \log |G|$*

In particular the g_i will generate G.

4.1 Improvement Ideas

We pick random points $P_i, i \leq 2$ and write them as $P_i = a_i \tilde{P} + b_i \tilde{Q}$. Then a_1 and a_2 will be random modulo order of P_1 and they will be relatively prime with constant probability (and similarly for b_1 and b_2). More precisely, we can express each of the echelon generators by linear combinations of P_i if the matrix $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ is invertible mod m (note that $n|m$). This will happen with constant probability and thus $\{P_i\}$ will generate the group.

One may be able to improve this probability bound. H. Ruck has shown that for every possible order of an elliptic curve over k, there is one that is cyclic. Also A. Cojocaru has worked out the chances of it being cyclic. If we know how to generate them, then we can use just one point. Note that we do not lose any isogeny class by restricting to only cyclic cases.

[Note the probability both P_1 and P_2 fall in the group generated by $\tilde{P}$ is m^{-2}. Similar event for the group generated by $\tilde{Q}$ is n^{-2}. Thus either of these two events do not happen with probability $\approx 1 - \frac{1}{n^2}$

4.2 Specifying an isogeny as an algorithm

Gailbraith, Velu types. Discuss difficulties.

4.3 Generation of random triples (E_1, E_2, ϕ).

We first describe how to generate smooth isogenies using Gailbraith and then we show how to use them to generate whose degrees are almost uniform ones by adding many smooth ones. We must address modulo a prime and composite.

4.4 Reductions

We now generate a triple.

Lemma 2 *Isogeny computation problem is as hard as diffie-hellman problem*

Proof. Assume there is an algorithm $A(E_1, E_1, P, Q, P') = Q'$ so that for some isogeny $\phi(P) = Q$ and $\phi(P') = Q'$. Now given a DH triple (P, aP, bP) one E_1, we will be done since $A(E_1, E_1, P, aP, bP) = abP$.

Now if A does not work every pair of curves so that we can take $E_1 = E_2$, we need to do any what happens. We can take $E_1 \neq E_2$, and instead compute things with isogenies and their duals. Compute E_2' and an isogeny $\phi : E_1 \longrightarrow E_2$ of known degree d whose dual is also known as well. Let $A(E_1, E_2, P, a\phi(P), bP) = Q$. The required answer is $\widehat{\phi}(Q).d^{-1}$. The answer is correct because with a high probability there is only one isogeny?. ■

Lemma 3 *Dual isogeny computation for E modulo a composite is as hard as factoring.*

5

6 An IBE scheme with isogenies

The system is a natural generalization of the Boneh-Franklin method, but the one-way isogeny between curves makes an important difference. For concreteness, we describe it below.

MAP TO POINT: We define the operation $\text{ID} \mapsto P \in E$ for some curve E as before in (7). Namely one computes $H(\text{ID})$ and uses it to define a point. We will assume H behaves like a random oracle.

Alternately, we may keep a table of points and hash ID into a random string of weights and we take weighted sum them. Note that revealing a table of such

points is no worse than revealing a point, since one can take random multiples of it to form a table.

We assume a trusted authority and there is a finite set of users each with some ID from which one can compute their own public key. Each user gets his private key after suitable identification by the the trusted authority. When this is not pract

Public key for the trusted mall authority $\alpha, \beta = \phi(\alpha)$

Private key for the trusted authority An efficiently computable $\widehat{\phi}$

Public key for Alice: $T \in E_2$, via the map-to-point function ID $\mapsto T$.

Private Key for Alice: $S = \widehat{\phi}(T)$

Encryption by Bob ALICE $\mapsto T$, Let the given message be m. Pick a random r. Send to Alice the pair

$$[m \oplus H(e(\beta, rT), r\alpha])$$

Decryption by Alice Let the cipher text be $[c, T]$. The clear text is

$$c \oplus H(e(r\alpha, S))$$

This works because the quantity being hashed in encryption step is

$$e(\beta, rT) = e(\phi(\alpha), rT) = e(\alpha, r\widehat{\phi}(T)) = e(\alpha, rS) = e(r\alpha, S)$$

which is equal the quantity being hashed in the decryption step.

6.1 · Security of the IBE system

. Their system requires intractability of the for the following map

$$P, aP, bP, cP \longmapsto e(P, P)^{abc}$$

where all the four points are in the same curve. This is called the bilinear Diffie-Hellman assumption. In our system there will be four points as well, but they will constitute two pairs, and each pair is on different curves. We now specify the . isogeneous bilinear diffie-hellman problem:

Given: $\phi : E_1 \longrightarrow E_2, \alpha \in E_1, \beta = \phi(\alpha) \in E_2, \gamma = c\beta \in E_2, \delta = \widehat{\phi}(\gamma) \in E_1$
Compute: $e(\alpha, \delta)^r$

Isogeneous bilinear diffie-hellman assumption:(Ibdh) We assume this problem is intractable. (Write it with probabilities).

Discuss that the points $S = \widehat{\phi}(T)$ for each user is being released.

6.2 Relation of bdh/E_1 and bdh/E_2

6.3 Relation of ibdh assumption to other assumptions

We now assume that we have an EC-DLOG oracle for all elliptic curves over a fixed finite field:

$$A(E, P, mP) = m$$

Now one can find $A(E_1, \alpha, r\alpha) = r$, then one can compute $e(\beta, c\beta)^r = e(\beta, c\beta)^{rc}$. Similarly for the curve for E_2. Now if we are given a CDHoracle it is unclear how to use it since it would involve three points on the curve but here every curve has only two points. There is a fundamental difficulty in showing that CDH/E_i oracle would not allow one to break the system, for it will distinguish CDH/E_i and the DLOG problems.

Lemma 4 *(k=field) Under the* ibdh *assumption, and that the field where $e(.,.)$ takes values is large enough, (AR) holds, (1.b) is hard, in the sense the Bilinear Isogeny assumption holds, the above system is secure against adaptive adversary attacks.*

Proof: Analogue to Boneh-Franklin proof.

7 A short-signature scheme using isogenies

The following system also illustrates the point that use of isogenies can twist the assumptions needed.

Signer's Public Key $E_1, E_2, \alpha, \beta = \phi(\alpha)$

Signer's Private Key $\widehat{\phi}$

Signing algorithm Given a message m, use the map-to-point algorithm to get a point on $E_2 : m \longmapsto Q \in E_2$. The signature is the pair $[m, \widehat{\phi}(Q)]$.

Verification algorithm Let the input be $[m, T]$. Compute the map $m \longmapsto Q \in E_2$. Verify if

$$e(\alpha, T) \stackrel{?}{=} e(\beta, Q).$$

For a valid signature the equation holds since the left handside is $e(\alpha, \widehat{\phi}(Q)) = e(\phi(\alpha), Q) = e(\beta, Q)$.

Note assume that we are given a DLOG/E_2 oracle. Then one can compute the map $\beta, Q \longmapsto r$ where $Q = r\beta$.

Now one can try cheating by using the signature $[m, r\alpha]$. Then, the right hand side above is $e(\beta, Q) = e(\beta; r\beta) = e(\beta, \beta)^r$, whereas the left hand side is $e(\alpha, r\alpha) = e(\alpha, \alpha)^r$. But we have

$$e(\beta,\beta)^r = e(\phi(\alpha),\phi(\alpha))^r = e(\hat{\phi}(\phi(\alpha),\alpha)^r = e(\deg(\phi)\alpha,\alpha)^r = e(\alpha,\alpha)^{r\deg(\phi)} \neq e(\alpha,\alpha)^r$$

unless $r\deg(\phi) = r \bmod M$ which is impossible since $1 \neq \deg(\phi) \bmod M$ by assumption.

8

We will first need to show the map-to-point function , which we will denote by F, acts a random function from ID's to points. We will do this inductively. Indeed, let $\text{ID}_1, \ldots, \text{ID}_{N-1}$ be queries made by an attacker each of which is a ℓ-bit string, L be the table size and $P_j, j \leq L$ be the points in the table. Then each ID_i is mapped by a random function, which we denote by g, into a vector $\alpha^{(i)} = (\alpha_1^{(i)}, \ldots, \alpha_L^{(i)})$ and then by a function f depending on the table of points, so that $F(\text{ID}_i) = f(g(\text{ID}_i)) = Q_i$:

$$f(\alpha^{(i)}) \stackrel{def}{=} Q_i = \sum_{j=1}^{L} \alpha_j^{(i)} P_j.$$

Note that g is a random function and we have the freedom to assign any arbitrary value at any point not seen so far. Now on a new query, ID_N , we would like to send it to a given point $\overline{Q}$. We simply pick some $\alpha^{(N)} \in f^{-1}(\overline{Q})$ and set $g(\text{ID}_N) = \alpha^{(N)}$. This is afforded by the following result by to Erdos and Renyi (To reduce the table size, we can use its strengthening weighted subsetsums rather than subsetsums as below, by Horowitz and Venkatesan when the group order is a prime, but should extend to arbitrary orders by CRT and some loss of parameters we do not care about).

Lemma 5 *Let G be a finite abelian group and $g_1, \ldots, g_k$ be random elements of G. There exists a small constant c, such that its subset sums are almost uniformly distributed over G, if $k \geq c.\log|G|$*

In praticular the function f is surjective, with the pre-image at any point in the group containing approximately the same number of vectors. Clearly, if $\ell \ll L$, then then g will be injective with overwhelming probability.

9 Practical issues

References

Super singular curves,

NOTARIA 16 CIRCULO DE SANTAFE DE BOGOTA D.C. ... ARRICOS GALVIS 17 DIC. 2004 ESTA FOTOCOPIA COINCIDE EXACTAMENTE CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

EV340989507US - 307154.01

security factor-degree of the extension in which the weil pairing takes values
Balasubramaian and Koblitz

References

References

[1]

[2]

Joseph Silverman, *The Arithmetic of Elliptic Curves*, Springer–Verlag, 1986.

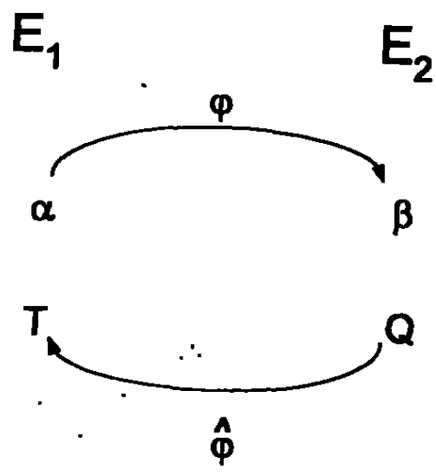


Fig. 1

EV340989507US-307154.01

110

LOS ESTADOS UNIDOS DE AMERICA

A TODO AQUEL A QUIEN CONCIERNA LO PRESENTE

DEPARTAMENTO DE COMERCIO DE LOS ESTADOS UNIDOS

Oficina de Patentes y Marcas de los Estados Unidos

Julio 15, 2004

LA PRESENTE ES PARA CERTIFICAR QUE ADJUNTA A LA MISMA HAY UNA COPIA FIEL DE LOS REGISTROS DE LA OFICINA DE PATENTES Y MARCAS DE LOS ESTADOS UNIDOS DE LOS DOCUMENTOS DE LA SOLICITUD DE PATENTE IDENTIFICADA EN LO QUE SIGUE, QUE CUMPLEN LOS REQUISITOS PARA OTORGARLE UNA FECHA DE PRESENTACIÓN BAJO 35 USC 111.

NÚMERO DE SOLICITUD: *60/517,142*
FECHA DE PRESENTACIÓN: *Noviembre 03, 2003*

Por la Autoridad del
COMISARIO DE PATENTES Y MARCAS

(Aparece firma ilegible)
N. WOODSON
Oficial Certificador

SOLICITUD DE PATENTE NO. SERIE _____

DEPARTAMENTO DE COMERCIO DE LOS ESTADOS UNIDOS

OFICINA DE MARCAS Y PATENTES

HOJA DE REGISTRO DE TARIFA

11/18/203 SLUANG1 00000005 500463 60517142

01 FC:1005 160.00 DA

PTO 1556

(5/87)

*Oficina de imprenta de los Estados Unidos: 2002 - 489-267/69033

HOJA DE PORTADA DE SOLICITUD PROVISIONAL

Esta es una petición para presentar una SOLICITUD PROVISIONAL de acuerdo con el 37 CFR 1.53(c)

Número de Registro 307154.01

Imprima un signo (+) en esta casilla +

INVENTOR(ES)/SOLICITANTE(S)

PRIMER NOMBRE Ramarathnam David
INICIAL SEGUNDO NOMBRE
APELLIDO Venkatesan
RESIDENCIA (CIUDAD Y YA SEA ESTADO O PAÍS EXTRANJERO)
Redmond Washington, USA
Bellevue, Washington, USA

TÍTULO DE LA INVENCIÓN

(280 caracteres máximo)

USO DE ISOGENIAS PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DE CIFRADO

DIRECCIÓN DE CORRESPONDENCIA

Leo Novakoski
Microsoft Corporation
ATTN: Departamento Registro de Patente
One Microsoft Way

113

Redmond, WA 98052-6399
(425)882-8080

PARTES DE LA SOLICITUD INCLUIDAS
(Marque todo lo que aplica)

☒ Descripción Número de páginas 9

☒ Dibujo(s) Número de hojas 1

☒ Postal de Vuelta de Recibo

Certificado de Correspondencia incluido adelante

MÉTODO DE PAGO

☒ Por medio de la presente se autoriza al comisionado para cargar tasas de presentación o abonar cualquier pago extra al número de cuenta de depósito: 50-0463. Tarifa total debida: $160.00.

Esta invención no se hizo por una agencia del Gobierno de los Estados Unidos o de acuerdo con un contrato con una agencia del Gobierno de los Estados Unidos.

Presentado respetuosamente,

Firma: (aparece firma ilegible)

114

123

Fecha: Noviembre 3, 2003

Nombre impreso o escrito a máquina: Leo Novakoski

Reg. No. 37,198

Número de Etiqueta de Correo "Correo Expreso":

EV340989507US

Fecha de depósito: Noviembre 3, 2003.

Por medio de la presente certifico que este documento o tasa está siendo depositado son los servicios de la "Oficina Postal de Correo Expreso al Destinatario" de los Servicios de Estados Unidos según el 37 CFR en la fecha indicada anteriormente y es dirigido al Comisionado asistente para Patentes, Washington, D.C. 20231

(aparece firma)

(firma de la persona que envía por correo este documento o tasa)

Debbie Higa

(Nombre impreso o escrito a máquina de la persona que envía por correo este documento o tasa)

SOLO PARA PRESENTACIÓN DE SOLICITUD PROVISIONAL

1. Un método para firmar un mensaje que comprende:

32

Publicar primeras y segundas curvas elípticas, E1 y E2, y los valores correspondientes de las curvas, α y β, respectivamente, en donde α y β se relacionan a través de una isogenia, φ;

Aplicar un algoritmo map-to-point a un mensaje, m, para determinar un segundo valor, Q, sobre E2; y

Trasmitir m y $\hat{\varphi}$ a un recipiente, en donde $\hat{\varphi}$ es es una isogenia dual de φ.

2. Un método para cifrar un mensaje que comprende:

Publicar primeras y segundas curvas elípticas, E1 y E2, y los valores correspondientes de las curvas, α y β, respectivamente, en donde α y β se relacionan a través de una isogenia, φ;

Trasmitir un producto escalar $r\alpha$ a una primera parte, en donde r es un número aleatorio;

116

125

Cifrar un mensaje mediante la función XOR con par e2(β, rT), en donde T es un nombre asignado a la primera parte; y

Ejecutar la función XOR al mensaje cifrado con un par e1(rα, S) para recuperar el mensaje cifrado, en done S se relaciona con T a través de una isogenia dual, $\hat{\varphi}$ y e1 y e2 están apareando funciones asociadas con E1 y E2, respectivamente.

117

126

Referencia MS: 307154.01

Fecha: 11/03/03

Presentado por: Leo Novakoski

Título: USO DE ISOGENIOS PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DE CIFRADO

Inventores: David Jao Ramarathnam Venkatesan

✔ PETICIÓN PARA SOLICITUD PROVISIONAL DE ACUERDO CON EL 37 CFR 1.53

Se incluye:

✔ Descripción 10 Número de páginas

✔ Dibujos

✔ Autorización a cargar a cuenta de depósito 50-0463

✔ Certificado de Correspondencia

Número de Correo Expreso: EV340989507 US

Microsoft Corporation
One Microsoft Way, Building 8
Redmond, WA 98052
Attn: Departamento de Patentes (Leonova)

35

118

SISTEMAS DE CIFRADO BASADOS EN ISOGENIOS

David Jao Ramarathnam Venkatesan

Octubre 31, 2003

Resumen

Nosotros definimos algunos problemas computacionales relacionados con los isogenios y estudiamos su relación con problemas tempranamente conocidos. Bajo algunas suposiciones fuertes, nosotros mostramos como construir sistemas para cifrado, identidad basada en cifrado, y firmas cortas.

1. Introducción

Este documento concierne con el uso de isogenios para diseñar sistemas de cifrado.

2. Preliminares

Definir Isogenios, recordando sus propiedades.

Definir la asociación de Weil

119

Definir DLOG/E oracle, etc.

Definir CDH/E suposición, etc.

$1 \neq \deg(\phi) \bmod M$ = tamaño del rango de la asociación Weil por suposición.

Nosotros investigamos el uso de isogenios para construir sistemas de cifrado. Nosotros llamamos un isogenio B-suave si su orden es B-suave. Nosotros necesitamos direccionar la representación de isogenios. Si este es blando nosotros lo representamos como una composición de isogenios de grado bajo dado por un programa de línea recta. En esto una pregunta de caso surge si las curvas intermedias son dadas o no. Si este no es blando lo restringimos para dar sus valores en uno o más puntos. Necesitamos volver a visitar este caso después.

Consideramos curvas definidas sobre un campo finito F_p de muchas características. En nuestros sistemas si cualquier par es usado entonces asumiremos que el objetivo de campo finito es suficientemente grande para representar la bitácora discreta del problema en este campo no factible.

120

3. Algunos problemas computacionales relacionados con isogenios

Primero definimos algunos problemas relacionados con la computación de isogenios.

1. PROBLEMA DE COMPUTACIÓN DE ISOGENIO: Dado un par de curvas (E_1, E_2) sobre R, y un par $(P,Q) \in (E_1, E_2)$ encuentre

   (a) CASO BLANDO: Encuentre $\phi: E_1 \to E_2$ tal que $\phi(P)=Q$

   (b) CASO NO BLANDO: Dado P' encuentre $\phi(P')$. (Note que en este caso nosotros deseamos estar en capacidad de fácilmente chequear la respuesta usando alguna función de pares tal que el problema sea bien definido).

2. PROBLEMA DE FACTORIZACIÓN DE ISOGENIO: Dada una tripla de curvas (E_1, E', E_2) sobre R, y $(P, P', Q) \in (E_1, E', E_2)$ encuentre

   (a) CASO BLANDO: Dado $\phi : E_1 \to E_2$, factor ϕ como $\phi = \phi_1\phi_2$, donde $\phi_1(P) = P'$ y $\phi_2(P') = Q$.

121

130

(b) CASO NO BLANDO: Dado P″ ∈ E_r encuentre su imagen en E′ y E_2. O dado Q″ encuentre sus pre-imágenes en E_1 y E′.

3. PROBLEMA DE COMPUTACIÓN DE ISOGENIO DUAL: Dado un par de curvas (E_1,E_2) sobre R, y un par $(P,Q) \in (E_1,E_2)$ tal que haya un isogenio especificado implícitamente $\phi : E_1 \rightarrow E_2$ tal que $\phi(P) = Q$.

(a) CASO BLANDO: Encuentre algún $\hat{\phi} : E_1 \rightarrow E_2$

(a) CASO NO BLANDO: Dado P′ en E_2 encuentre $\hat{\phi}(P')$. (Note que en este caso nosotros deseamos estar en capacidad de chequear fácilmente la respuesta usando algún par de funciones tal que el problema está bien definido).

4. PROBLEMA DE INVERSIÓN DE ISOGENIO: Dado un par de curvas (E_1,E_2) sobre R, y un par $(P,Q) \in (E_1,E_2)$ tal que haya un isogenio especificado implícitamente $\phi : E_1 \rightarrow E_2$ tal que $\phi(P) = Q$

(a) CASO BLANDO: Dado Q′ encuentre $\phi^{-1}(Q')$.

122

(b) CASO NO BLANDO: Dado Q' encuentre ϕ^{-1} (Q') (Note que en este caso nosotros deseamos estar en capacidad de chequear fácilmente la respuesta utilizando algún par de funciones tal que el problema sea bien definido).

(AR) SUPOSICIÓN ALEATORIA DE ORACLE: Nosotros supondremos que nuestras funciones hash se comportan como funciones aleatorias.

4. Especificando un isogenio

Primero nosotros tomamos el punto de vista de especificar un isogenio por su acción en el grupo sobre alguna extensión finita en el campo de la región. El problema es que dos isogenios distintos pueden coincidir en algunas extensiones pero pueden ser distintos en un campo extenso. (Q: Es allí una frontera en el grado de una extensión nosotros debemos tener cuidado sobre resolver esto matemáticamente dado que el isogenio es definido sobre K?). Una buena idea sería considerar solo aquellas extensiones que son O (log q).

El grupo abeliano E(K) donde K es un campo finito de q elementos es isomorfo a Z/mZx Z/nZ donde mn = # E(K) n|m y adicionalmente n|D,D $\underset{=}{def}$ (mn, q-1). Uno puede calcular mn usando el algoritmo de Schoof y si la factorización de D es conocida, n puede ser obtenida usando algún algoritmo de tiempo polinomial aleatorio (ver (?). Si P y Q e orden n y m respectivamente tal que cualquier punto pueda ser escrito como a P + b Q , ellos son llamados (?) generadores en forma escalonada y un algoritmo $O(q^{+\varepsilon})$ para construirlo es dado por Kohel y Shparlinski. En cualquier caso nosotros podemos especificar un isogenio ϕ : $E_1(K) \rightarrow E_2(K)$ por sus imágenes $\phi(P)$, P ∈ S, donde S es un conjunto de generadores. Típicamente, el grupo es cíclico, o como arriba |S| = 2. En cualquier caso uno puede escoger S aleatoriamente:

Lema 1 *(Erdos-Renyi) Sea G un grupo finito abeliano y* $g_1,...g_k$ *elementos aleatorios de G. Allí existe una pequeña constante c, tal que este subconjunto sumado es al menos uniformemente distribuido sobre G, si k ≥ c:* log |G|

124

153

En detalle el g_i podrá generar G.

4.1 Mejoramiento de Ideas

Nosotros seleccionamos puntos aleatorios P_i, $i \leq 2$ y los escribimos como $P_i = a_i P + b_i Q$. Entonces a_1 y a_2 serán un módulo aleatorio ordenado de P_i y ellos serán primos relativos con probabilidad constante (y similarmente para b_1 y b_2). Más precisamente, nosotros podemos expresar cada uno de los escalones generadores por combinaciones lineales de P_i si la matriz $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ es invertible módulo m (note que n|m). Esto sucederá con probabilidad constante y así $\{P_i\}$ generará el grupo.

Uno puede estar en capacidad de mejorar esta frontera de probabilidad. H. Ruck ha mostrado que para muchos posibles ordenes de una curva elíptica sobre k, hay una que es cíclica. También A. Cojocaru ha trabajado por fuera de la casualidad de esta existencia cíclica. Si nosotros conocemos como generarlos, entonces nosotros podemos usarlos justamente en un punto. Note que nosotros

125

134

no perdemos ninguna clase de isogenia por restringir sólo a casos cíclicos.

[Note que la probabilidad de P_1 y P_2 cae en el grupo generado por P que es m^{-2}. Evento similar para el grupo generado por Q es n^{-2}. Así estos dos eventos no suceden con probabilidad $\approx 1 - \frac{1}{\#E}$.

4.2 Especificando un isogenio como un algoritmo

Tipos Gailbraith, Velu. Discuten dificultades.

4.3 Generación de triplas aleatorias (E_1, E_2, ϕ).

Nosotros primero describimos como generar isogenios blandos usando Gailbraith y luego nosotros mostramos como usarlos para generar cuyos grados son al menos uniformes adicionando muchos de estos blandos. Nosotros debemos direccional un primo módulo y compuesto.

4.4 Reducciones

Ahora generamos una tripla.

126

135

Lema 2 *El problema de computación isogénica es tan fuerte como el problema diffie-hellman*

Prueba. Asuma que hay un algoritmo $A(E_1, E_1, P, Q, P')$ tal que para algún isogenio $\phi(P) = Q$ y $\phi(P') = Q'$. Ahora dada una tripla DH (P, aP, bP) un E_1, nosotros podemos hacerlo puesto que $A(E_1, E_1, P, aP, bP) = abP$.

Ahora si A no trabaja todos los pares de curvas tal que nosotros podamos tomar $E_1 = E_2$, nosotros necesitamos decir lo que sucede. Nosotros podemos tomar $E_1 \neq E_2$, en lugar de computar cosas con isogenios y sus duales. Compute E_2 y un isogenio si $\phi : E_1 \rightarrow E_2$ de grado conocido d cuyo dual es también conocido. Sea $A(E_1, E_2, P, a\phi(P), bP) = Q$. La respuesta requerida es $\hat{\phi}(Q).d^{-1}$. La respuesta es correcta porque con una alta probabilidad hay un solo isogenio?.

Lema 3 *Computación de isogenio dual para el módulo E un compuesto tan fuerte como factorizable.*

5.

6. Un esquema IBE con isogenios

127

436

El sistema es una generalización natural del método Boneh-Franklin, pero el isogenio de una vía entre curvas hace una importante diferencia. Para concretarlo, nosotros lo describimos abajo.

MAPA PARA SEÑALAR: Nosotros definimos la operación ID $\mapsto$ P $\in$ E para alguna curva E como antes en (?). Es decir uno computa H(ID) y usa esto para definir un punto. Nosotros asumimos que H se comporta como un oracle aleatorio.

Alternativamente, nosotros podemos mantener una tabla de puntos e ID de hash en una cadena aleatoria de pesos y tomamos la suma de los pesos. Note que revelar una tabla de tales puntos no es peor que revelar un punto, ya que uno puede tomar múltiples aleatorios de estos para formar una tabla.

Nosotros asumimos una autorización segura y esto es un conjunto finito de usuarios cada uno con algún ID desde el cual uno pueda computar su propia clave pública. Cada usuario toma su clave privada después de una

128

137

identificación satisfactoria por la autorización segura. Cuando esto no se prefiere

Clave pública para autorización de correo confiable $\alpha,\beta = \phi(a)$

Clave privada para autorización confiable Un eficiente computable $\hat{\phi}$

Clave pública para Alice: $T \in E_2$, por vía de la función map-to-point $ID \mapsto T$.

Clave privada para Alice: $S = \hat{\phi}(T)$

Cifrado por Bob $ALICE \mapsto T$, Dado el siguiente mensaje m. Seleccione un r aleatorio. Envíe a Alice el par

$$(m \oplus H(e(\beta, rT), r\alpha))$$

Descifrado por Alice Sea el texto cifrado [c,T]. El texto claro es

$$c \oplus H(e(r\alpha, S))$$

Esto funciona porque la cantidad a ser hashed en la etapa de cifrado es

26

$$e(\beta, rT) = e(\phi(a), rT) = e(a, r\hat{\phi}(T)) = e(a, rS) = e(ra, S)$$

la cual es igual a la cantidad a ser hashed en la etapa de descifrado.

6.1 Seguridad del sistema IBE

Su sistema requiere intratabilidad para el siguiente mapa

$$P, aP, bP, cP \mapsto e(P,P)^{abc}$$

Donde todos los cuatro puntos están en la misma curva. Esta es llamada **la suposición bilineal Diffie-Hellman**. En nuestro sistema tenemos los cuatro puntos en regla, pero ellos podrán constituir dos pares, y cada par está en diferente curva. Ahora especificamos el problema del **isogeneo bilineal Diffie-Hellman**:

Dado: $\phi : E_1 \to E_2$, $\alpha \in E_1$, $\beta = \phi(\alpha) \in E_2$, $\gamma = c\beta \in E_2$, $\delta = \hat{\phi}(\gamma) \in E_1$

Estime: $e(\alpha,\delta)^r$

130

139

Suposición del isogenio bilineal diffie-hellman: (ibdh) Asumimos este problema como intratable. (Escrito con probabilidades).

Discutir que los puntos $S = \hat{\phi}(T)$ para cada usuario es liberado.

6.2 Relación de bdh/E_1 y bdh/E_2

6.3 Relación de la suposición de ibdh con otras suposiciones

Ahora suponemos que tenemos un oracle EC-DLOG para curvas elípticas sobre un campo finito fijado:

$$A(E, P, mP) = m$$

Ahora uno puede encontrar $A(E_1, \alpha, r\alpha) = r$, entonces uno puede computar $e(\beta, c\beta)^r = e(\beta, c\beta)^{rc}$. Similarmente para la curva de E_2. Ahora si nosotros damos un CDH oracle no es claro como usar esto después de que esto involucre tres puntos en la curva pero aquí cualquier curva tiene sólo dos puntos. Hay una dificultad fundamental en

mostrar que CDH/E_i oracle no permite un rompimiento en el sistema, para distinguir problemas CDH/E_i y DLOG.

Lema 4 *(k = campo) Dentro de la suposición* **ibdh**, *y del campo donde e(.,.) toma un valor suficiente,* **(AR)** *mantiene, (1.b) es fuerte, en el sentido de mantener la suposición de Isogenia Bilineal, el sistema anterior es seguro frente a ataques de adversarios.*

Prueba: Análogo a la prueba Boneh-Franklin.

7. Un esquema de firma corta usando isogenios

El siguiente sistema también ilustra el punto que hace uso de isogenios que pueden doblegar las suposiciones necesarias.

Clave Pública Del Firmante E_1, E_2, α, $\beta = \phi(\alpha)$

Clave Privada Del Firmante $\hat{\phi}$

Algoritmo de Firmado Dado un mensaje m, use el algoritmo de map-to-point para tomar un punto en E_2 : $m \mapsto Q \in E_2$. La firma es el par $[m, \hat{\phi}(Q)]$.

132

141

Algoritmo de Verificación Sea la entrada [m,T]. Calcule el mapa $m \mapsto Q \in E_2$. Verifique si

$$e(\alpha,T) =? e(\beta,Q).$$

Para una firma válida la ecuación se mantiene desde el lado izquierdo que es $e(\alpha, \hat{\phi}(Q)) = e(\phi(a), Q) = e(\beta,Q)$.

Note que se asume que nosotros damos un oracle DLOG/E_2. Entonces uno puede calcular el mapa $\beta,Q \mapsto r$ donde $Q = r\beta$.

Ahora uno puede tratar de burlar usando la firma [m, $r\alpha$]. Entonces, el lado derecho arriba es $e(\beta,Q) = e(\beta, r\beta) = e(\beta, \beta)^r$, mientras que el lado izquierdo es $e(\alpha, r\alpha) = e(a, a)^r$. Pero tenemos

$$e(\beta,\beta)^r = e(\phi(\alpha), \phi(\alpha))^r = e(\hat{\phi}(\phi(\alpha), \alpha)^r = e(\deg(\phi)\alpha, \alpha)^r$$
$$= e(\alpha, \alpha)^{r \deg(\phi)} \neq e(\alpha, \alpha)^r$$

a no ser que $r \deg(\phi) = r \bmod M$ lo cual es imposible puesto que $1 \neq \deg(\phi) \bmod M$ por suposición.

133

142

8.

Nosotros necesitaremos primero mostrar la función map-to-point, la cual nosotros la denotamos por F, actúa como una función aleatoria de puntos de ID. Nosotros haremos esto inductivamente. Verdaderamente, sean $ID_1,\ldots,ID_{M-1}$ consultas hechas por un agresor cada uno de los cuales es un string de bit ℓ, L será el tamaño de la tabla y P_j, $j \leq L$ serán los puntos en la tabla. Entonces cada ID_i es mapeado por una función aleatoria, la cual nosotros denotamos por g, en un vector $\alpha^{(i)} = (\alpha_1^{(i)},\ldots,\alpha_L^{(i)})$ y luego por una función f dependiendo de la tabla de puntos, tal que $F(ID_i) = f(g(ID_i)) = Q_i$:

$$f(\alpha^{(i)}) \underset{=}{\overset{def}{}} Q_i = \sum_{j=1}^{L} \alpha_j^{(i)} P_j$$

Note que g es una función aleatoria y nosotros tenemos la libertad de asignar cualquier valor arbitrario en cualquier punto no visto en la distancia. Ahora en un nueva consulta, ID_M, nos gustaría enviar esto a un punto dado $\overline{Q}$. Simplemente seleccionamos algún $\alpha^{(M)} \in f^{-1}(\overline{Q})$ y asignamos $g(ID_M)$. Este es proporcionado por el siguiente

61

resultado por Erdos y Renyi (Para reducir el tamaño de la tabla, podemos usar este robusteciendo la sobrecarga de las sumas de los subconjuntos un tanto mejor que los subconjuntos de sumas de abajo, por Horowitz y Venkatesan cuando el grupo del orden es un primo, pero debería extender a un orden arbitrario por CRT y alguna pérdida de parámetros nosotros no cuidamos de esto).

Lema 5 *Sea G un grupo finito abeliano y* $g_1,...g_k$ *elementos aleatorios de G. Entonces existe una pequeña constante c, tal que la suma de su subconjunto es al menos uniformemente distribuida sobre G, si* $k \geq c.\log|G|$

En particular la función *f* es suryectiva, con la pre-imagen en cualquier punto en el grupo conteniendo aproximadamente el mismo número de vectores. Claramente, si $\ell << L$, entonces g será inyectiva con probabilidad arrolladora.

9. Soluciones prácticas

Referencias

135

Curvas súper singulares,

Seguridad factor-grado de la extensión en la cual una asociación de Weil toma un valor Balasubramaian y Koblitz

144

Referencias

Referencias

[1]

[2]

Joseph Silverman, *The Arithmetic of Elliptic Curves*, Springer-Verlag, 1986

136

145

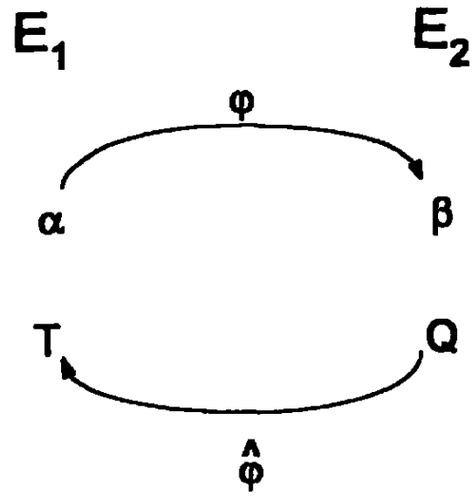


Fig. 1

146

137

No. 1394783

THE UNITED STATES OF AMERICA

TO ALL TO WHOM THESE PRESENTS SHALL COME:

UNITED STATES DEPARTMENT OF COMMERCE

United States Patent and Trademark Office

July 15, 2004

THIS IS TO CERTIFY THAT ANNEXED HERETO IS A TRUE COPY FROM THE RECORDS OF THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE OF THOSE PAPERS OF THE BELOW IDENTIFIED PATENT APPLICATION THAT MET THE REQUIREMENTS TO BE GRANTED A FILING DATE UNDER 35 USC 111.

APPLICATION NUMBER: ***10/816,083***
FILING DATE: ***March 31, 2004***

CD DISK IS THE APPLICATION FOR THE ABOVE REFERENCED INFORMATION

By Authority of the
COMMISSIONER OF PATENTS AND TRADEMARKS

NOTARIA 16
BOGOTA D.C.
SANTAFE DE BOGOTA D.C.
BARRIOS GALVIS
01 OCT 2004
ESTA FOTOCOPIA COINCIDE EXACTAMENTE CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

T. LAWRENCE
Certifying Officer

PTO/SB/05 (03-01)
Approved for use through 10/31/2002. OMB 0651-0032
U.S. Patent and Trademark Office; U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE
Under the Paperwork Reduction Act of 1995, no persons are required to respond to a collection of information unless it displays a valid OMB control number.

Please type a plus sign (+) inside this box → [+]

UTILITY PATENT APPLICATION TRANSMITTAL

(Only for new nonprovisional applications under 37 CFR 1.53(b))

Attorney Docket No.	MS1-1956US
First Inventor	Jao
Title	USE OF ISOGENIES FOR DESIGN OF CRYPTOSYSTEMS
Express Mail Label No.	EV436703086

APPLICATION ELEMENTS

See MPEP chapter 600 concerning utility patent application contents.

1. [✓] Fee Transmittal Form (e.g., PTO/SB/17) (Submit an original and a duplicate for fee processing)
2. [ ] Applicant claims small entity status. See 37 CFR 1.27.
3. [✓] Specification [Total Pages 42] (preferred arrangement set forth below)
   - Descriptive title of the invention
   - Cross Reference to Related Applications
   - Statement Regarding Fed sponsored R & D
   - Reference to sequence listing, a table, or a computer program listing appendix
   - Background of the Invention
   - Brief Summary of the Invention
   - Brief Description of the Drawings (if filed)
   - Detailed Description
   - Claim(s)
   - Abstract of the Disclosure
4. [✓] Drawing(s) (35 U.S.C. 113) [Total Sheets 5]
5. Oath or Declaration [Total Pages 2]
   a. [✓] Newly executed (original or copy)
   b. [ ] Copy from a prior application (37 CFR 1.63 (d)) (for continuation/divisional with Box 18 completed)
      i. [ ] DELETION OF INVENTOR(S) Signed statement attached deleting inventor(s) named in the prior application, see 37 CFR 1.63(d)(2) and 1.33(b).
6. [ ] Application Data Sheet. See 37 CFR 1.76

ADDRESS TO: Mail Stop Patent Application
Commissioner for Patents/P.O. Box 1450
Alexandria, VA 22313-1450

7. [ ] CD-ROM or CD-R in duplicate, large table or Computer Program (Appendix)
8. Nucleotide and/or Amino Acid Sequence Submission (if applicable, all necessary)
   a. [ ] Computer Readable Form (CRF)
   b. Specification Sequence Listing on:
      i. [ ] CD-ROM or CD-R (2 copies); or
      ii. [ ] paper
   c. [ ] Statements verifying identity of above copies

ACCOMPANYING APPLICATION PARTS

9. [✓] Assignment Papers (cover sheet & document(s))
10. [ ] 37 CFR 3.73(b) Statement (when there is an assignee) [✓] Power of Attorney
11. [ ] English Translation Document (if applicable)
12. [✓] Information Disclosure Statement (IDS)/PTO-1449 [✓] Copies of IDS Citations
13. [ ] Preliminary Amendment
14. [✓] Return Receipt Postcard (MPEP 503) (Should be specifically itemized)
15. [ ] Certified Copy of Priority Document(s) (if foreign priority is claimed)
16. [ ] Nonpublication Request under 35 U.S.C. 122 (b)(2)(B)(i). Applicant must attach form PTO/SB/35 or its equivalent.
17. [ ] Other: ....

18. If a CONTINUING APPLICATION, check appropriate box, and supply the requisite information below and in a preliminary amendment, or in an Application Data Sheet under 37 CFR 1.76:

[ ] Continuation [ ] Divisional [ ] Continuation-in-part (CIP) of prior application No.: ____/________

Prior application information: Examiner ________ Group Art Unit: ________

For CONTINUATION OR DIVISIONAL APPS only: The entire disclosure of the prior application, from which an oath or declaration is supplied under Box 5b, is considered a part of the disclosure of the accompanying continuation or divisional application and is hereby incorporated by reference. The incorporation can only be relied upon when a portion has been inadvertently omitted from the submitted application parts.

19. CORRESPONDENCE ADDRESS

[✓] Customer Number or Bar Code Label 22801 or [ ] Correspondence address below

Name			
Address			
City		State	Zip Code
Country		Telephone	Fax

Name (Print/Type)	Ramin Aghevli	Registration No. (Attorney/Agent)	43,462
Signature	Ramin Aghevli	Date	3/31/04

Burden Hour Statement: This form is estimated to take 0.2 hours to complete. Time will vary depending upon the needs of the individual case. Any comments on the amount of time you are required to complete this form should be sent to the Chief Information Officer, U.S. Patent and Trademark Office, Washington, DC 20231. DO NOT SEND FEES OR COMPLETED FORMS TO THIS ADDRESS. SEND TO: Assistant Commissioner for Patents, Box Patent Application, Washington, DC 20231.

148

139

EV036703086

PTO/SB/17 (10-03)
Approved for use through 07/31/2006. OMB 0651-0032
U.S. Patent and Trademark Office; U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE
Under the Paperwork Reduction Act of 1995, no persons are required to respond to a collection of information unless it displays a valid OMB control number.

FEE TRANSMITTAL for FY 2004

Effective 10/01/2003. Patent fees are subject to annual revision.

☐ Applicant claims small entity status. See 37 CFR 1.27

TOTAL AMOUNT OF PAYMENT ($) 1,238.00

Complete if Known	
Application Number	
Filing Date	
First Named Inventor	Jao
Examiner Name	
Art Unit	
Attorney Docket No.	MS1-1956US

METHOD OF PAYMENT *(check all that apply)*

☐ Check ☐ Credit card ☐ Money Order ☐ Other ☐ None

☑ Deposit Account:

Deposit Account Number: 12-0769

Deposit Account Name: Lee & Hayes, PLLC

The Director is authorized to: *(check all that apply)*

☑ Charge fee(s) indicated below ☑ Credit any overpayments

☑ Charge any additional fee(s) or any underpayment of fee(s)

☐ Charge fee(s) indicated below, except for the filing fee to the above-identified deposit account.

FEE CALCULATION

1. BASIC FILING FEE

Large Entity Fee Code	Large Entity Fee ($)	Small Entity Fee Code	Small Entity Fee ($)	Fee Description	Fee Paid
1001	770	2001	385	Utility filing fee	770
1002	340	2002	170	Design filing fee	
1003	530	2003	265	Plant filing fee	
1004	770	2004	385	Reissue filing fee	
1005	160	2005	80	Provisional filing fee	

SUBTOTAL (1) ($) 770.00

2. EXTRA CLAIM FEES FOR UTILITY AND REISSUE

	Extra Claims		Fee from below	Fee Paid
Total Claims	39 - 20** =	19	x 18	= 342
Independent Claims	4 - 3** =	1	x 86	= 86
Multiple Dependent				=

Large Entity Fee Code	Large Entity Fee ($)	Small Entity Fee Code	Small Entity Fee ($)	Fee Description
1202	18	2202	9	Claims in excess of 20
1201	86	2201	43	Independent claims in excess of 3
1203	290	2203	145	Multiple dependent claim, if not paid
1204	86	2204	43	** Reissue independent claims over original patent
1205	18	2205	9	** Reissue claims in excess of 20 and over original patent

SUBTOTAL (2) ($) 428.00

***or number previously paid, if greater; For Reissues, see above*

FEE CALCULATION (continued)

3. ADDITIONAL FEES

Large Entity Fee Code	Large Entity Fee ($)	Small Entity Fee Code	Small Entity Fee ($)	Fee Description	Fee Paid
1051	130	2051	65	Surcharge - late filing fee or oath	
1052	50	2052	25	Surcharge - late provisional filing fee or cover sheet	
1053	130	1053	130	Non-English specification	
1812	2,520	1812	2,520	For filing a request for *ex parte* reexamination	
1804	920*	1804	920*	Requesting publication of SIR prior to Examiner action	
1805	1,840*	1805	1,840*	Requesting publication of SIR after Examiner action	
1251	110	2251	55	Extension for reply within first month	
1252	420	2252	210	Extension for reply within second month	
1253	950	2253	475	Extension for reply within third month	
1254	1,480	2254	740	Extension for reply within fourth month	
1255	2,010	2255	1,005	Extension for reply within fifth month	
1401	330	2401	165	Notice of Appeal	
1402	330	2402	165	Filing a brief in support of an appeal	
1403	290	2403	145	Request for oral hearing	
1451	1,510	1451	1,510	Petition to institute a public use proceeding	
1452	110	2452	55	Petition to revive - unavoidable	
1453	1,330	2453	665	Petition to revive - unintentional	
1501	1,330	2501	665	Utility issue fee (or reissue)	
1502	480	2502	240	Design issue fee	
1503	640	2503	320	Plant issue fee	
1460	130	1460	130	Petitions to the Commissioner	
1807	50	1807	50	Processing fee under 37 CFR 1.17(q)	
1806	180	1806	180	Submission of Information Disclosure Stmt	
8021	40	8021	40	Recording each patent assignment per property (times number of properties)	40
1809	770	2809	385	Filing a submission after final rejection (37 CFR 1.129(a))	
1810	770	2810	385	For each additional invention to be examined (37 CFR 1.129(b))	
1801	770	2801	385	Request for Continued Examination (RCE)	
1802	900	1802	900	Request for expedited examination of a design application	

Other fee (specify) _____

*Reduced by Basic Filing Fee Paid SUBTOTAL (3) ($) 40.00

SUBMITTED BY				
Name (Print/Type)	Ramin Aghevli	Registration No. (Attorney/Agent)	43,462	Telephone (509) 324-9256
Signature	Ramin Aghevli			Date 03/31/2004

WARNING: Information on this form may become public. Credit card information should not be included on this form. Provide credit card information and authorization on PTO-2038.

This collection of information is required by 37 CFR 1.17 and 1.27. The information is required to obtain or retain a benefit by the public which is to file (and by the USPTO to process) an application. Confidentiality is governed by 35 U.S.C. 122 and 37 CFR 1.14. This collection is estimated to take 12 minutes to complete, including gathering, preparing, and submitting the completed application form to the USPTO. Time will vary depending upon the individual case. Any comments on the amount of time you require to complete this form and/or suggestions for reducing this burden, should be sent to the Chief Information Officer, U.S. Patent and Trademark Office, U.S. Department of Commerce, P.O. Box 1450, Alexandria, VA 22313-1450. DO NOT SEND FEES OR COMPLETED FORMS TO THIS ADDRESS. SEND TO: Commissioner for Patents, P.O. Box 1450, Alexandria, VA 22313-1450.

If you need assistance in completing the form, call 1-800-PTO-9199 and select option 2.

34

USE OF ISOGENIES FOR DESIGN OF CRYPTOSYSTEMS

RELATED APPLICATION

[0001] The present application claims priority from the United States provisional patent application number 60/517,142, filed November 3, 2003, entitled "Use of Isogenies for Design of Cryptosystems," the disclosure of which is incorporated herein by reference.

TECHNICAL FIELD

[0002] The present invention generally relates to cryptology, and more particularly, to utilization of isogenies for design of cryptosystems.

BACKGROUND

[0003] As digital communication becomes more commonplace, the need for securing the associated communication channels becomes increasingly more important. For example, current technologies allow a user to remotely access bank accounts, medical data, and other private and sensitive information.

[0004] Cryptology has been widely used to provide secure digital communication. Cryptology generally relates to the enciphering (or encrypting) and deciphering (decrypting) of messages. The encryption and decryption uses

some secret information (such as a key). In different encryption methods, a single key or multiple keys may be used for encryption and decryption.

[0005] One commonly used multiple key cryptosystem is a public-key encryption system. In a public-key system, a sender wishing to send an encrypted message to a recipient obtains an authenticated public key for the recipient that is generated using a private key. As the name implies, the public key can be available from public sources. Moreover, to avoid an impersonation attack, the public key is often authenticated. The public-key authentication may be made by a technique such as exchanging keys over a trusted channel, using a trusted public file, using an on-line trusted server, or using an off-line server and certificates.

[0006] After obtaining the authenticated public key, the sender encrypts an original message with the public key and generates a ciphertext. The intended recipient then utilizes the private key to decrypt the ciphertext to extract the original message. Decrypting the ciphertext without access to the private key is believed to be infeasible. Accordingly, only a party that has access to the private key may successfully decrypt the ciphertext.

[0007] One significant advantage of public-key systems over symmetric cryptosystems (such as stream or block ciphers) is that in two-party communications, only the private key needs to be kept secret (whereas in symmetric cryptosystems, the key is kept secret at both ends).

[0008] A current public-key encryption system utilizes certain elliptic curves (ECs) over a finite field. A pair of published values derived from an elliptic curve is utilized as a public key (including points on the curve and their corresponding public key which is generated by a simple multiplication (i.e., integer multiplication) on the curve). Verification is done using a bilinear pairing on the curve.

[0009] Generally, elliptic curves are believed to provide encryption systems with relatively lower communication requirements than traditional systems such as RSA (Rivest, Shamir, and Adleman public key encryption technology), while maintaining similar security levels.

[0010] An issue with the current public-key encryption systems is that none has been proven to be secure. As a result, the security of current public-key encryption systems is presumed based on the difficulty of a set of number-theoretic problems.

[0011] Accordingly, public-key encryption systems are desired which provide additional security.

10

SUMMARY

[0012] Techniques are disclosed to provide public-key encryption systems. More particularly, isogenies of Abelian varieties (e.g., elliptic curves in one-dimensional cases) are utilized to provide public-key encryption systems. For example, the isogenies permit the use of multiple curves instead of a single curve to provide more secure encryption. The techniques may be applied to digital signatures and/or identity based encryption (IBE) solutions. Furthermore, isogenies may be used in other applications such as blind signatures, hierarchical systems, and the like. Additionally, solutions are disclosed for generating the isogenies.

[0013] In one described implementation, a method includes publishing a public key corresponding to an isogeny. The method further includes decrypting an encrypted message using a decryption key which corresponds to the isogeny (e.g., is its dual isogeny).

BRIEF DESCRIPTION OF THE DRAWINGS

[0014] The detailed description is described with reference to the accompanying figures. In the figures, the left-most digit(s) of a reference number identifies the figure in which the reference number first appears. The use of the same reference numbers in different figures indicates similar or identical items.

[0015] Fig. 1 illustrates an exemplary method for using isogenies in a cryptosystem.

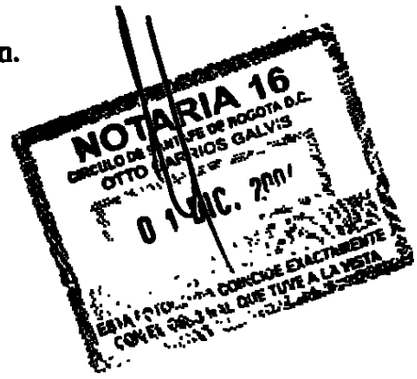
[0016] Fig. 2 illustrates an exemplary map of an isogeny between two curves.

[0017] Fig. 3 illustrates an exemplary method for signing a message using isogenies.

[0018] Fig. 4 illustrates an exemplary map of an isogeny between multiple curves.

[0019] Fig. 5 illustrates an exemplary method for identity based encryption (IBE) using isogenies.

[0020] Fig. 6 illustrates a general computer environment 600, which can be used to implement the techniques described herein.



DETAILED DESCRIPTION

[0021] The following discussion assumes that the reader is familiar with cryptography techniques. For a basic introduction of cryptography, the reader is directed to a text written by A. Menezes, P. van Oorschot, and S. Vanstone entitled, "Handbook of Applied Cryptography," fifth printing (August 2001), published by CRC Press.

[0022] The following disclosure describes techniques for improving public-key systems that are based on multiple elliptic curves (or Abelian varieties in general). Various techniques are disclosed for generating isogenies (or mappings) between the curves. The generated isogenies permit use of multiple curves instead of single curve to provide public encryption. Furthermore, the techniques may be applied to relatively short digital signatures (e.g., typed in by a user or sent over a low-bandwidth channel) and/or identity based encryption (IBE) solutions (e.g., allowing memorizable public keys). The short signatures may also provide additional efficiency through aggregate verification.

[0023] OVERVIEW OF CRYPTOSYSTEMS WITH ISOGENIES

[0024] Fig. 1 illustrates an exemplary method 100 for using isogenies in a cryptosystem. A stage 102 generates isogenies (of elliptic curves, or more generally Abelian varieties). The isogenies may be generated by a receiving party or another party (such as a trusted party further discussed with reference to Fig. 5).

The stage 102 may also generate the corresponding dual isogeny for each of the generated isogenies (as will be further discussed below). Various methods for generating isogenies are detailed below under the same title. Additionally, as will be further detailed with reference to Figs. 3 and 5, the generated isogenies are utilized to provide public keys and the public keys are published (104). The public keys may be published by the sending party or a trusted authority (see, e.g., discussion of Figs. 3 and 5).

[0025] A sending party then encrypts (or signs) messages using an encryption key (106). The encrypted messages of the stage 106 may be verified/decrypted by the receiving party using a decryption key to determine the authenticity of the encryption or signing (108). In one implementation, Weil pairing is utilized to verify the encrypted messages (such as discussed below under the same title). However, Weil pairing is but one example of pairing that may be utilized for the verification or decryption. For example, other bilinear and/or non-degenerate pairing techniques may be utilized such as Tate pairing and square pairing.

[0026] **OVERVIEW OF ISOGENIES**

[0027] Fig. 2 illustrates an exemplary map of an isogeny ϕ between two curves (e.g., elliptic curves). As illustrated, a curve A may be mapped onto a

curve E_2 by an isogeny ϕ (where $\phi: E_1 \rightarrow E_2$). Fig. 1 also illustrates the dual isogeny $\hat{\phi}$ (where $\hat{\phi}: E_2 \rightarrow E_1$).

[0028] In various implementations, using isogenies in cryptosystems is envisioned to provide properties such as: given a curve E_1, generating a pair (ϕ, E_2) is relatively efficient, where $\phi: E_1 \rightarrow E_2$ is an isogeny, but given a pair (E_1, E_2) of isogenous curves, it is believed to be relatively hard to construct any nonzero isogeny $\phi: E_1 \rightarrow E_2$, much less a specific isogeny. Therefore, if a distinction is drawn between a global break (defined as a computation allowing any subsequent message to be broken in polynomial time) and a per-instance break, then the best known attacks at this time against isogeny based cryptosystems take either substantially more time than discrete log for a global break or else one discrete log computation per message for the "naive" per-instance attack.

[0029] For example, considering a token system where each client is given a specific signed message that grants access to some service (which may be of low value), the client may have to read the token over the phone to a representative, and thus the signatures can be relatively short. It will be reasonable to use parameters that are sufficiently large to make a per message attack more costly than the service provided, while keeping a global break prohibitively expensive.

[0030] **DETAILS OF ISOGENIES**

[0031] A field k can be fixed with characteristic p with q elements and having an algebraic closure $\bar{k}$. Let E/k be an elliptic curve defined over a field k and $E(k)$ be the group defined over k, and let $k(E)$ denote the function field of the elliptic curve. Also, let $[n]_E$ or $[n]$ denote the map $P \mapsto n \cdot P$ on E and $E[n]$ denote the kernel of this map.

[0032] An isogeny $\phi : E_1 \to E_2$ is a non-constant morphism that sends the identity element of E_1 to that of E_2. When such an isogeny exists, one may say that E_1 and E_2 are isogenous. The isogeny is defined over k if ϕ has defining equations with coefficients in k. Any isogeny also turns out to be group homomorphism, i.e., $\phi(P+Q) = \phi(P) + \phi(Q)$ for all $P, Q \in E_1$, where the addition on the left hand side is the group law on E_1 and the addition on the right hand side is that of E_2. Hence the kernel of ϕ is a subgroup of E_1.

[0033] Let $Hom_k(E_1, E_2)$ denote the set of isogenies from E_1 to E_2 that are defined over k. $Hom_{\bar{k}}(E_1, E_2)$ is denoted by $Hom(E_1, E_2)$. For any isogeny $\phi : E_1 \to E_2$, there is a *dual isogeny* $\hat{\phi} : E_2 \to E_1$ such that:

$$\hat{\phi} \circ \phi = [n]_{E_1} \text{ and } \phi \circ \hat{\phi} = [n]_{E_2},$$

[0034] where $n = \deg(\phi)$ is the degree of the isogeny. The dual isogeny satisfies the standard properties:

$$\hat{\hat{\phi}} = \phi, \widehat{\phi+\psi} = \hat{\phi}+\hat{\psi}, \widehat{\phi\circ\psi} = \hat{\psi}\circ\hat{\phi}, \widehat{[n]} = [n].$$

[0035] In an implementation, the degree of ϕ as a finite map can be further defined as: the degree of the extension of $k(E_1)$ over the pullback (by ϕ) of the field $k(E_2)$ where ϕ is defined over k. It may be convenient to think of it in terms of the size of its kernel (assuming the function field extension is separable) or by the equation above. Hence, it is said that the isogeny is *B-smooth* if its degree is B-smooth (i.e. the prime divisors of $\deg(\phi)$ are less than or equal to B). The set $Hom(E,E)$ of endomorphisms of an elliptic curve E is denoted $End(E)$; this set has the structure of a ring given by defining:

$$(\phi+\psi)(P) = \phi(P)+\psi(P), (\phi\circ\psi)(P) = \phi(\psi(P)).$$

[0036] Generally, the group $Hom(E_1,E_2)$ is a torsion free left $End(E_2)$-module and right $End(E_1)$-module. When $E_1 = E_2 = E$, the algebraic structure is richer: $Hom(E_1,E_2) = End(E)$ is a ring (not just a module) with no zero divisors and has characteristic zero.

[0037] In one implementation, this can be thought of as a lattice: Let E be an elliptic curve defined over some field k. Then, $End(E)$ is isomorphic to either Z, an order in a quadratic imaginary field, or a maximal order in quaternion algebra. For any two elliptic curves E_1, E_2, the group $Hom(E_1,E_2)$ is a free Z-module of rank at most 4. When $End(E)$ is larger than Z, one says that E has complex multiplication. The element in $End(E)$ corresponding to the Frobenius

endomorphism $(x,y)\mapsto(x^p,y^p)$ is denoted by π, and it satisfies the characteristic equation $x^2-tr(E)x+q=0$. The conductor of the elliptic curve c is $[End(E):Z[\pi]]$.

[0038] WEIL PAIRING

[0039] The Weil pairing $e_n: E[n]\times E[n]\to\mu_n$ is a bilinear, non-degenerate map with values in the group of n^{th} roots of unity in k. In one implementation, Weil pairing is utilized to perform the verification/decryption stage 108 of Fig. 1. However, Weil pairing is but one example of pairing that may be utilized for the verification or decryption. For example, other bilinear and/or non-degenerate pairing techniques may be utilized such as Tate pairing and square pairing. The Weil pairing satisfies the following property:

$$e_n(S,\hat{\phi}(T))=e_n(\phi(S),T), \text{where } S\in E_1[n], T\in E_2[n]$$

[0040] Here, $e_n(S,\hat{\phi}(T))$ is a pairing computation on E_1 while $e_n(\phi(S),T)$ is on E_2. Note that both curves have n-torsion points, which puts a constraint on their group orders. This does not pose a problem, since by a theorem of Tate, $E_1(k)$ and $E_2(k)$ are isogenous over k if and only if the two groups of points have the same order.

[0041] The Weil pairing evaluates the identity for all pairs of inputs which are linearly dependent. Consequently, a mechanism would be beneficial to ensure

that the input points are not scalar multiples of each other. One approach is to use a curve E_2 defined over a finite field k which is large enough that the full group $E_2[n] \cong (Z/nZ)^2$ of n–torsion points is defined over k. In this situation, the probability that two random elements of the group $E_2[n]$ are linearly dependent is negligible, on the order of $1/n$, so the value of the Weil pairing can be nontrivial with high probability. The equation above ensures that the distribution of pairing values on E_1 will match that of E_2.

[0042] Alternatively, a modified pairing function $\tilde{e}(P,Q) = e_n(\lambda(P),Q)$ may be used where λ is any non-scalar endomorphism, so that P and $\lambda(P)$ are linearly independent and $\tilde{e}(P,P) \neq 1$. Such a map λ is called a *distortion* or *twist* of E.

[0043] **GENERATION OF ISOGENIES**

[0044] In various implementations, a number of methods can be used to construct isogenies of high degree (e.g., of elliptic curves, or more generally Abelian varieties) and their duals such as discussed with reference to the stage 102 of Fig. 1. The short digital signature and IBE cryptosystems discussed herein may follow the convention that pairs of values $(P,\phi(P))$ are published as the public key, while evaluation of the dual $\hat{\phi}$ constitutes the private key.

79

[0045] In one implementation, the constructions can be summarized as: given any E, there is an algorithm for constructing isogenies $E \to E$ whose degree n is randomly distributed, and is a prime with probability $\sim 1/\log(n)$; given any curve E_1, there is an algorithm for constructing random B-smooth isogenies from E_1 to random targets in time $O(B^3)$; and given E_1, E_2 and two linearly independent isogenies in $Hom_k(E_1, E_2)$ that have relatively prime degree, there is an algorithm to construct isogenies of prime degree (see, e.g., the discussion below with respect to independent isogenies).

[0046] COMPLEX MULTIPLICATION ISOGENIES

[0047] Let $E_1 = E_2$ as before and assume that E_1 has complex multiplication (CM) by the imaginary quadratic order O_D of discriminant $D < 0$. A probabilistic algorithm may be described for producing such a curve E_1 together with an endomorphism ϕ of E_1 of large prime degree, in expected time polynomial in $|D|$.

[0048] 1. Compute the Hilbert class polynomial $H_D(X)$ of discriminant D. Let K denote the splitting field of $H_D(X)$ over Q.

[0049] 2. Choose any root x of $H_D(X)$ and construct an elliptic curve E over C having j-invariant equal to x. Note that E is defined over the number field K.

[0050] 3. By construction, the curve E has complex multiplication by $\sqrt{D}$. Using linear algebra on q–expansions, find explicitly the rational function $I(X,Y)$ with coefficients in K corresponding to the isogeny $\sqrt{D} \in EndE$.

[0051] 4. Choose random integers a and b until $a^2 - b^2 D$ is prime. Then, the isogeny $a + b\sqrt{D}$ will be an endomorphism of E having prime degree.

[0052] 5. Choose any prime ideal P of K and reduce the coefficients of E and of I modulo P. Let E_1 denote the reduction of E and let ϕ be the reduction of $a + b\sqrt{D}$.

[0053] Stages 1–3 of the algorithm are deterministic and polynomial time in $|D|$. As for stage 4, the prime number theorem for number fields implies that $a^2 - b^2 D$ has probability $1/\log(a^2 - b^2 D)$ of being prime, so for integers a and b of size n one can expect stage 4 to terminate after $\log(Dn^2)$ trials.

[0054] The resulting endomorphism ϕ is an endomorphism of E_1 of prime degree. Both ϕ and its dual $\hat{\phi} = a - b\sqrt{D}$ can be evaluated by having knowledge of a and b, using only the rational function $I(X,Y)$ along with scalar multiplication and addition. Such an isogeny ϕ may be called a *CM-isogeny*.

[0055] MODULAR ISOGENIES

[0056] For any prime ℓ, the modular curve $X_0(\ell)$ parameterizes isomorphism classes of isogenies $E_1 \to E_2$ of degree ℓ. More specifically, there

exists a polynomial equation $\Phi_\ell(X,Y)$ for $X_0(\ell)$ with the property that E_1 and E_2 are ℓ–isogenous if and only if $\Phi_\ell(j(E_1), j(E_2)) = 0$.

[0057] Using the polynomial $\Phi_\ell(X,Y)$, one can compute for any E_1 an ℓ–isogenous curve E_2 together with an explicit polynomial equation for the degree ℓ isogeny $E_1 \to E_2$. Because the modular polynomial is symmetric in X and Y computation with the j–invariants reversed can be used to find the dual isogeny.

[0058] In practice, one may not use the polynomials $\Phi_\ell(X,Y)$ for actual computations because the coefficients of these polynomials are rather large. Instead, different but equivalent polynomial models may be used for $X_0(\ell)$ having smaller coefficients. Regardless of the precise model used for the computation, an isogeny derived in this way may be referred to as a ***modular isogeny***.

[0059] The currently known algorithms for computing modular isogenies are generally feasible for small values of l. By itself, the use of modular isogenies of small degree does not add much security, because an attacker who knows the curves E_1 and E_2 could check for each l whether the curves are l–isogenous and recover the l–isogeny in the case that they are. However, one can compose many modular isogenies (e.g., for different choices of l) into one isogeny ϕ of large smooth degree $\prod l$, and use ϕ as an isogeny without revealing the intermediate curves. An attacker who has the ability to evaluate ϕ on arbitrary points may still deduce the primes l by computing all the l–torsion points of E_1 and seeing

whether any of them are annihilated by ϕ. However, under the assumption that the dual isogeny computation problem is hard, the attacker will not be able to evaluate ϕ on points of his choosing. For good measure, one can also compose the resulting isogeny either with scalar isogenies or with CM isogenies in order to introduce large non–smooth factors into the degree in an implementation.

[0060] LINEARLY INDEPENDENT ISOGENIES

[0061] In an implementation, the linearly independent isogenies ϕ and ψ are given from E_1 to E_2 of relatively prime degree. As a result, the linear combination $a\phi+b\psi$ has a degree given by the quadratic form $a^2\hat{\phi}\phi+ab(\hat{\phi}\psi+\hat{\psi}\phi)+b^2\hat{\psi}\psi$ in the two variables a and b. Note that the coefficients of this quadratic form are integers, since the outer coefficients are the degrees of ϕ and ψ and the middle term is equal to $\deg(\phi+\psi)-\deg(\phi)-\deg(\psi)$. Since the quadratic form is primitive, it attains prime values infinitely often as a and b vary over all pairs $(a,b)\in Z^2$. In this way, many isogenies $E_1\rightarrow E_2$ of large non–smooth (or even prime) degree may be obtained. The probability that the resulting degree will be non-smooth may also be estimated.

[0062] SHORT SIGNATURE SCHEMES USING ISOGENIES

[0063] In an implementation, the techniques discussed herein may be applied to relatively short signature schemes (e.g., typed in by a user or sent over a

low-bandwidth channel). Two signature schemes will be discussed below which are partly based on mathematical properties of isogenies and pairings on elliptic curves.

[0064] GALOIS INVARIANT SIGNATURES

[0065] Let F_{q^n}/F_q be an extension of finite fields of degree n. Take an elliptic curve E_1 defined over F_q together with an isogeny $\phi: E_1 \to E_2$ defined over F_{q^n}, where E_2 is an elliptic curve defined over F_{q^n}. In one implementation, the curve E_2 is defined over L rather than over a subfield of L, but it is possible to take E_2 defined over only a subfield. However, for security reasons, the isogeny ϕ may not be defined over any proper subfield of F_{q^n}. Moreover, the isogeny ϕ may be generated in accordance with various techniques such as those discussed above.

[0066] Fig. 3 illustrates an exemplary method 300 for signing a message using isogenies. The method 300 includes the following stages:

[0067] **Public Key.** Pick random $P \in E_1(F_q)$ and publish (P,Q) (302), where $Q=\phi(P)$. Note that P is defined over F_q but Q is not defined over F_q, because ϕ is not.

[0068] **Secret Key.** The dual isogeny $\hat{\phi}$ of ϕ.

[0069] **Signature.** Let H be a (public) random oracle from the message space to the set of k–torsion points on E_2. Given a message m, compute

$S=\sum_{i=0}^{n-1}\pi^i\hat{\phi}H(m)$ (stage 304, which provides a signature using the secret/private key generated as discussed above), where π is the q^{th} power Frobenius map and the sum denotes the elliptic curve sum on E_1. For convenience, we denote the operator $\sum_{i=0}^{n-1}\pi^i$ by Tr (which stands for "trace"). Output $S\in E_1(F_q)$ as the signature. The signature is then sent to and received by a receiving party (306 and 308, respectively). Note that the Galois group of F_{q^n}/F_q is $\{1,\pi,...,\pi^{n-1}\}$, so S is Galois invariant and thus is defined over F_q.

[0070] **Verification.** Let e_1 and e_2 denote the Weil pairings on $E_1[k]$ and $E_2[k]$, respectively. Given a public key (P,Q) and a message-signature pair (m,S), check whether $e_1(P,S)=\prod_{i=0}^{n-1}\pi^i e_2(Q,H(m))$ (stage 310, which verifies the received signature using the public key generated as discussed above). Accordingly, a valid signature satisfies this equation, as follows:

$$\begin{aligned}e_1(P,S)&=e_1\left(P,\sum_{i=0}^{n-1}\pi^i\hat{\phi}H(m)\right)=\prod_{i=0}^{n-1}e_1(P,\pi^i\hat{\phi}H(m))\\&=\prod_{i=0}^{n-1}e_1(\pi^iP,\pi^i\hat{\phi}H(m))=\prod_{i=0}^{n-1}\pi^i e_1(P,\hat{\phi}H(m))\\&=\prod_{i=0}^{n-1}\pi^i e_2(\phi(P),H(m))=\prod_{i=0}^{n-1}\pi^i e_2(Q,H(m)).\end{aligned}$$

[0071] Also, the trace map may be used down to a base field to shorten points on an elliptic curve (or more generally on any Abelian variety). In other words, the output of a trace map on elliptic curves (or higher dimensional Abelian

varieties) may be utilized as a method for shortening the representation of a point over an extension field by using data on the lower field.

[0072] SIGNING WITH MULTIPLE ELLIPTIC CURVES

[0073] Another way to enhance the strength of short signature schemes is to use multiple public keys and add up the resulting signatures. This modification can be used by itself or combined with the Galois invariant enhancement discussed above.

[0074] With reference to Fig. 4, we assume there is a family of isogenies $\phi_i : E \to E_i$ and a family of random oracle hash functions H_i each mapping a message m into a point on the elliptic curve E_i. Similar to the stages discussed with reference to Fig. 3:

[0075] **Public key.** Pick random $P \in E$ and publish $P, Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ (see, e.g., 302), where $Q_i = \phi_i(P)$.

[0076] **Secret key.** The family of isogenies ϕ_i.

[0077] **Signature.** For each message m, the signature of m (S) is $\sum_{i=1}^{n} \hat{\phi}_i(H_i(m))$ (see, e.g., 304). The signed message is then sent to a receiving party (see, e.g., 306).

[0078] **Verification.** Given a (message, signature) pair (m,S), check whether $e(P,S)=\prod_{i=1}^{n} e(Q_i,H_i(m))$ (see, e.g., stage 310 discussed with reference to Fig. 3). For a valid signature this equation holds since:

$$e(P,S)=e\left(P,\sum_{i=1}^{n}\hat{\phi}_i(H_i(m))\right)=\prod_{i=1}^{n}e(P,\hat{\phi}_i(H_i(m)))=\prod_{i=1}^{n}e(Q_i,H_i(m)).$$

[0079] The system is believed to be at least as secure as using just a single isogeny, since anybody who can break the multiple isogenies version can convert the single isogeny version to the multiple isogenies version by adding in isogenies $\phi_2,\ldots,\phi_n$ as determined by them. Moreover, for such a system, any successful attack on the multiple isogenies version requires a simultaneous break of all of the single isogenies ϕ_1 through ϕ_n.

[0080] **IDENTITY BASED ENCRYPTION (IBE) SCHEME WITH ISOGENIES**

[0081] Fig. 5 illustrates an exemplary method 500 for identity based encryption (IBE) using isogenies. The one-way isogeny between the elliptic curves is believed to make an identity based encryption (IBE) scheme potentially secure against computational Diffie-Hellman (CDH). The IBE scheme may be defined as follows.

[0082] MAP TO POINT: Define the operation ID $\Rightarrow P$ for some curve E. More specifically, one may compute $H(id)$ and use it to define a point. It may be assumed that H behaves like a random oracle. Alternately, we may keep a table of

points and hash ID into a random string of weights and then take a weighted sum. We may also assume that there is a trusted authority and a finite set of users, each with some ID from which one can compute the corresponding public key. Each user gets his private key after suitable identification by the trusted authority.

[0083] **Public Key for the Trusted Authority:** $\alpha \in E_1$, $\beta = \phi(\alpha)$. Accordingly, a trusted authority (or another entity such as a receiving party) provides and publishes public keys (502). If a twist λ is being used, we may assume that $\alpha = \lambda(a)$ is the twisted image of some point a.

[0084] **Private Key for the Trusted Authority.** An efficiently computable $\hat{\phi}$.

[0085] For example, encrypted data from Bob to Alice can be implemented as follows:

[0086] **Public Key for Alice:** $T \in E_2$ is provided, e.g., via the `map-to-point` function $\text{ID} \mapsto T$ (502) by a trusted authority (or another entity such as a receiving party).

[0087] **Private Key for Alice:** $S = \hat{\phi}(T)$. Note that attacking to get a private key quickly for each client would take time similar to the one for global break in the signature system (discussed above). As a result, these systems may also be referred to as two-tier systems.

[0088] **Encryption by Bob.** Compute ALICE $\mapsto T$ (stage 504, which encrypts a message with the generated public key). Let the message be $\mathbf{m}$. Pick a random integer r. Send to Alice the pair (506):

$$[\mathbf{m} \oplus H(e(\beta, rT)), r\alpha]$$

[0089] **Decryption by Alice.** Let the cipher text be $[\mathbf{c}, T]$. The encrypted message sent is decrypted (508) using a private key (510) provided by a trusted authority (or another entity such as a receiving party) after suitable identification. As a result, the clear text is:

$$\mathbf{c} \oplus H(e(r\alpha, S))$$

[0090] This works because the quantity being hashed in the encryption stage is:

$$e(\beta, rT) = e(\phi(\alpha), rT) = e(\alpha, \hat{\phi}(rT)) = e(\alpha, r\hat{\phi}(T)) = e(\alpha, rS) = e(r\alpha, S),$$

[0091] which is equal to the quantity being hashed in the decryption stage. An isogeny may be represented as discussed below (e.g., to use a probabilistic approach involving a table of entries).

[0092] SPECIFYING AN ISOGENY

[0093] If the isogeny is smooth, it may be represented as a composition of small degree isogenies given by a straight-line program representing polynomial

computations. For curves over extensions of interest, a small table of input-output pairs suffices in an implementation.

[0094] Taking $End(E) = End_{\bar{k}}(E)$, finite extensions of k may be considered and the extension may be specified as appropriate. In one implementation, an isogeny is specified by its action on the group of points over some finite extension of the ground field. Note that two isogenies may coincide up to some extensions, but may be distinct in a larger field. Accordingly, it suffices to specify ϕ on a set of generators S. Generally, the group is cyclic, or as above $|S| = 2$. It is considered not easy to find the generators, but one can choose S randomly.

[0095] More particularly, as an Abelian group $E(k)$ (recall: k is a finite field of q elements) is isomorphic to $Z/mZ \times Z/nZ$, where $mn = \#E(k), n \mid m$ and in addition $n \mid D, D = (mn, q-1)$. One can compute $mn = \#E(k)$ using Schoof's algorithm and if the factorization of D is known, n can be obtained using a randomized polynomial time algorithm. If $\tilde{P}$ and $\tilde{Q}$ are of order n and m respectively such that any point can be written as $a\tilde{P} + b\tilde{Q}$, they are called generators in echelon form and an $O(q^{1+\varepsilon})$ algorithm may be used for constructing them.

[0096] Turning to random choices (Erdos-Renyi), let G be a finite Abelian group and $g_1, \ldots, g_k$ be random elements of G. There exists a small constant c, such that its subset sums are almost uniformly distributed over G, if $k \geq c \log |G|$.

82

In particular, the g_i may generate G. To reduce the table size, one can use its strengthening weighted subset sums rather than subset sums when the group order is a prime. This extends to arbitrary orders with some small loss of parameters.

[0097] Moreover, the structure of $E(k)$ may be used to obtain more detailed information. One can pick random points $P_i, i \le 2$ and write them as $P_i = a_i \tilde{P} + b_i \tilde{Q}$. More particularly, one can express each of the echelon generators by linear combinations of P_i if the matrix $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ is invertible mod m (note that $n|m$). When this happens, $\{P_i\}$ will generate the group. Note that the probability (both P_1 and P_2) falls in the group generated by $\tilde{P}$ is m^{-2}. Similarly, the probability for the group generated by $\tilde{Q}$ is n^{-2}. Thus, either of these two events do not happen with probability $(1-m^{-2})(1-n^{-2}) = 1+(\#E)^{-2}-(m^{-2}+n^{-2})$.

[0098] **HARDWARE IMPLEMENTATION**

[0099] Fig. 6 illustrates a general computer environment 600, which can be used to implement the techniques described herein. For example, the computer environment 600 may be utilized to execute instructions associated with performing the tasks discussed with reference to the previous figures. Furthermore, each entity discussed herein (e.g., with respect to Figs. 1, 3, and 5 such as the trusted party, receiving party, and/or sending party) may each have access to a general computer environment.

[00100] The computer environment 600 is only one example of a computing environment and is not intended to suggest any limitation as to the scope of use or functionality of the computer and network architectures. Neither should the computer environment 600 be interpreted as having any dependency or requirement relating to any one or combination of components illustrated in the exemplary computer environment 600.

[00101] Computer environment 600 includes a general-purpose computing device in the form of a computer 602. The components of computer 602 can include, but are not limited to, one or more processors or processing units 604 (optionally including a cryptographic processor or co-processor), a system memory 606, and a system bus 608 that couples various system components including the processor 604 to the system memory 606.

[00102] The system bus 608 represents one or more of any of several types of bus structures, including a memory bus or memory controller, a peripheral bus, an accelerated graphics port, and a processor or local bus using any of a variety of bus architectures. By way of example, such architectures can include an Industry Standard Architecture (ISA) bus, a Micro Channel Architecture (MCA) bus, an Enhanced ISA (EISA) bus, a Video Electronics Standards Association (VESA) local bus, and a Peripheral Component Interconnects (PCI) bus also known as a Mezzanine bus.

82

[00103] Computer 602 typically includes a variety of computer-readable media. Such media can be any available media that is accessible by computer 602 and includes both volatile and non-volatile media, removable and non-removable media.

[00104] The system memory 606 includes computer-readable media in the form of volatile memory, such as random access memory (RAM) 610, and/or non-volatile memory, such as read only memory (ROM) 612. A basic input/output system (BIOS) 614, containing the basic routines that help to transfer information between elements within computer 602, such as during start-up, is stored in ROM 612. RAM 610 typically contains data and/or program modules that are immediately accessible to and/or presently operated on by the processing unit 604.

[00105] Computer 602 may also include other removable/non-removable, volatile/non-volatile computer storage media. By way of example, Fig. 6 illustrates a hard disk drive 616 for reading from and writing to a non-removable, non-volatile magnetic media (not shown), a magnetic disk drive 618 for reading from and writing to a removable, non-volatile magnetic disk 620 (e.g., a "floppy disk"), and an optical disk drive 622 for reading from and/or writing to a removable, non-volatile optical disk 624 such as a CD-ROM, DVD-ROM, or other optical media. The hard disk drive 616, magnetic disk drive 618, and optical disk drive 622 are each connected to the system bus 608 by one or more data media interfaces 626. Alternatively, the hard disk drive 616, magnetic disk drive 618, and

optical disk drive 622 can be connected to the system bus 608 by one or more interfaces (not shown).

[00106] The disk drives and their associated computer-readable media provide non-volatile storage of computer-readable instructions, data structures, program modules, and other data for computer 602. Although the example illustrates a hard disk 616, a removable magnetic disk 620, and a removable optical disk 624, it is to be appreciated that other types of computer-readable media which can store data that is accessible by a computer, such as magnetic cassettes or other magnetic storage devices, flash memory cards, CD-ROM, digital versatile disks (DVD) or other optical storage, random access memories (RAM), read only memories (ROM), electrically erasable programmable read-only memory (EEPROM), and the like, can also be utilized to implement the exemplary computing system and environment.

[00107] Any number of program modules can be stored on the hard disk 616, magnetic disk 620, optical disk 624, ROM 612, and/or RAM 610, including by way of example, an operating system 626, one or more application programs 628, other program modules 630, and program data 632. Each of such operating system 626, one or more application programs 628, other program modules 630, and program data 632 (or some combination thereof) may implement all or part of the resident components that support the distributed file system.

[00108] A user can enter commands and information into computer 602 via input devices such as a keyboard 634 and a pointing device 636 (e.g., a "mouse"). Other input devices 638 (not shown specifically) may include a microphone, joystick, game pad, satellite dish, serial port, scanner, and/or the like. These and other input devices are connected to the processing unit 604 via input/output interfaces 640 that are coupled to the system bus 608, but may be connected by other interface and bus structures, such as a parallel port, game port, or a universal serial bus (USB).

[00109] A monitor 642 or other type of display device can also be connected to the system bus 608 via an interface, such as a video adapter 644. In addition to the monitor 642, other output peripheral devices can include components such as speakers (not shown) and a printer 646 which can be connected to computer 602 via the input/output interfaces 640.

[00110] Computer 602 can operate in a networked environment using logical connections to one or more remote computers, such as a remote computing device 648. By way of example, the remote computing device 648 can be a personal computer, portable computer, a server, a router, a network computer, a peer device or other common network node, game console, and the like. The remote computing device 648 is illustrated as a portable computer that can include many or all of the elements and features described herein relative to computer 602.

[00111] Logical connections between computer 602 and the remote computer 648 are depicted as a local area network (LAN) 650 and a general wide area network (WAN) 652. Such networking environments are commonplace in offices, enterprise-wide computer networks, intranets, and the Internet.

[00112] When implemented in a LAN networking environment, the computer 602 is connected to a local network 650 via a network interface or adapter 654. When implemented in a WAN networking environment, the computer 602 typically includes a modem 656 or other means for establishing communications over the wide network 652. The modem 656, which can be internal or external to computer 602, can be connected to the system bus 608 via the input/output interfaces 640 or other appropriate mechanisms. It is to be appreciated that the illustrated network connections are exemplary and that other means of establishing communication link(s) between the computers 602 and 648 can be employed.

[00113] In a networked environment, such as that illustrated with computing environment 600, program modules depicted relative to the computer 602, or portions thereof, may be stored in a remote memory storage device. By way of example, remote application programs 658 reside on a memory device of remote computer 648. For purposes of illustration, application programs and other executable program components such as the operating system are illustrated herein as discrete blocks, although it is recognized that such programs and components

reside at various times in different storage components of the computing device 602, and are executed by the data processor(s) of the computer.

[00114] Various modules and techniques may be described herein in the general context of computer-executable instructions, such as program modules, executed by one or more computers or other devices. Generally, program modules include routines, programs, objects, components, data structures, etc. that perform particular tasks or implement particular abstract data types. Typically, the functionality of the program modules may be combined or distributed as desired in various implementations.

[00115] An implementation of these modules and techniques may be stored on or transmitted across some form of computer-readable media. Computer-readable media can be any available media that can be accessed by a computer. By way of example, and not limitation, computer-readable media may comprise "computer storage media" and "communications media."

[00116] "Computer storage media" includes volatile and non-volatile, removable and non-removable media implemented in any method or technology for storage of information such as computer-readable instructions, data structures, program modules, or other data. Computer storage media includes, but is not limited to, RAM, ROM, EEPROM, flash memory or other memory technology, CD-ROM, digital versatile disks (DVD) or other optical storage, magnetic cassettes, magnetic tape, magnetic disk storage or other magnetic storage devices,

or any other medium which can be used to store the desired information and which can be accessed by a computer.

[00117] "Communication media" typically includes computer-readable instructions, data structures, program modules, or other data in a modulated data signal, such as carrier wave or other transport mechanism. Communication media also includes any information delivery media. The term "modulated data signal" means a signal that has one or more of its characteristics set or changed in such a manner as to encode information in the signal. By way of example, and not limitation, communication media includes wired media such as a wired network or direct-wired connection, and wireless media such as acoustic, radio frequency (RF), infrared (IR), wireless fidelity (e.g., IEEE 802.11b wireless networking) (Wi-Fi), cellular, Bluetooth enabled, and other wireless media. Combinations of any of the above are also included within the scope of computer-readable media.

[00118] CONCLUSION

[00119] Although the invention has been described in language specific to structural features and/or methodological acts, it is to be understood that the invention defined in the appended claims is not necessarily limited to the specific features or acts described. Rather, the specific features and acts are disclosed as exemplary forms of implementing the claimed invention. For example, the elliptic curves discussed herein are a one-dimensional case of Abelian varieties. Also, isogenies may be used in other applications such as blind signatures, hierarchical

28

systems, and the like. As such, the techniques described herein may be applied to higher dimension Abelian varieties.

CLAIMS

What is claimed is:

1. A method comprising:

generating an isogeny that maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a second elliptic curve;

publishing a public key corresponding to the isogeny;

encrypting a message using a encryption key corresponding to the isogeny; and

decrypting the encrypted message using a decryption key corresponding to the isogeny.

2. A method as recited by claim 1, wherein at least one of the encryption key or the decryption key is a private key, the private key being a dual isogeny of the isogeny.

3. A method as recited by claim 1, wherein the isogeny is generated using a technique selected from a group comprising complex multiplication generation, modular generation, linearly independent generation, and combinations thereof.

4. A method as recited by claim 1, wherein the generating maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a plurality of elliptic curves.

5. A method as recited by claim 1, wherein the decrypting is performed by bilinear pairing.

6. A method as recited by claim 5, wherein the bilinear pairing is a pairing selected from a group comprising Weil pairing, Tate pairing, and square pairing.

7. A method as recited by claim 1, wherein the method is applied using Abelian varieties.

8. A method as recited by claim 1, wherein the method signs the message.

9. A method as recited by claim 1, wherein the method provides identity based encryption.

10. A method as recited by claim 1, further comprising composing a plurality of modular isogenies to provide the isogeny without revealing any intermediate curves.

11. A method as recited by claim 1, further comprising using a trace map down to a base field to shorten points on an elliptic curve mapped by the isogeny.

12. A method as recited by claim 1, further comprising using a trace map to shorten points on an Abelian variety.

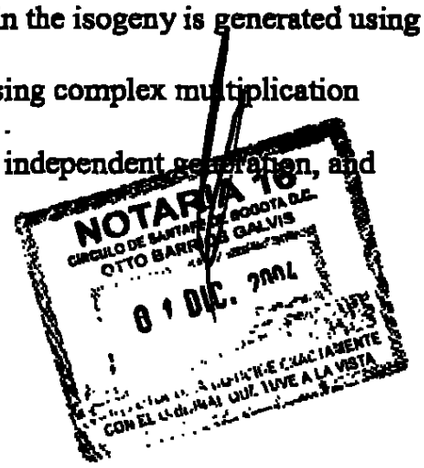
13. A method comprising:

publishing a public key corresponding to an isogeny that maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a second elliptic curve; and

decrypting an encrypted message using a decryption key corresponding to the isogeny.

14. A method as recited by claim 13, wherein the decryption key is a dual isogeny of the isogeny.

15. A method as recited by claim 13, wherein the isogeny is generated using a technique selected from a group comprising complex multiplication generation, modular generation, linearly independent generation, and combinations thereof.



16. A method as recited by claim 13, wherein the isogeny maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a plurality of elliptic curves.

17. A method as recited by claim 13, wherein the decryption is performed by bilinear pairing.

18. A method as recited by claim 17, wherein the bilinear pairing is a pairing selected from a group comprising Weil pairing, Tate pairing, and square pairing.

19. A method as recited by claim 13, wherein the method is applied using Abelian varieties.

20. A method as recited by claim 13, wherein the method signs the message.

21. A method as recited by claim 13, wherein the method provides identity based encryption.

22. A method as recited by claim 13, further comprising using a trace map down to a base field to shorten points on an elliptic curve mapped by the isogeny.

23. A system comprising:

a first processor;

a first system memory coupled to the first processor, the first system memory storing a public key corresponding to an isogeny that maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a second elliptic curve;

a second processor;

a second system memory coupled to the second processor, the second system memory storing an encrypted message and a decryption key corresponding to the isogeny to decrypt the encrypted message,

wherein the encrypted message is encrypted using an encryption key.

24. A system as recited by claim 23, wherein at least one of the encryption key or the decryption key is a private key, the private key being a dual isogeny of the isogeny.

25. A system as recited by claim 23, wherein the isogeny maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a plurality of elliptic curves.

26. A system as recited by claim 23, wherein the decryption is performed by bilinear pairing.

27. A system as recited by claim 26, wherein the bilinear pairing is a pairing selected from a group comprising Weil pairing, Tate pairing, and square pairing.

28. One or more computer-readable media having instructions stored thereon that, when executed, direct a machine to perform acts comprising:

publishing a public key corresponding to an isogeny that maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a second elliptic curve; and

decrypting an encrypted message using a decryption key corresponding to the isogeny.

29. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the decryption key is a private key, the private key being a dual isogeny of the isogeny.

30. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the isogeny is generated using a technique selected from a group comprising complex multiplication generation, modular generation, linearly independent generation, and combinations thereof.

31. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the isogeny maps a plurality of points from a first elliptic curve onto a plurality of elliptic curves.

32. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the decrypting is performed by bilinear pairing.

33. One or more computer-readable media as recited by claim 32, wherein the bilinear pairing is a pairing selected from a group comprising Weil pairing, Tate pairing, and square pairing.

34. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the acts are applied using Abelian varieties.

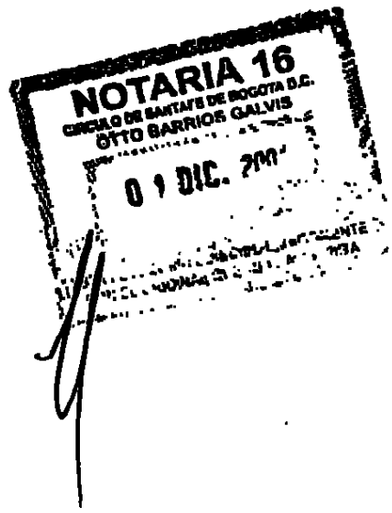
35. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the acts further comprise using a trace map down to a base field to shorten points on an elliptic curve mapped by the isogeny.

36. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the acts further comprise composing a plurality of modular [illegible] to provide the isogeny without revealing any intermediate curves.

37. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the acts further comprise using a trace map to shorten points on an Abelian variety.

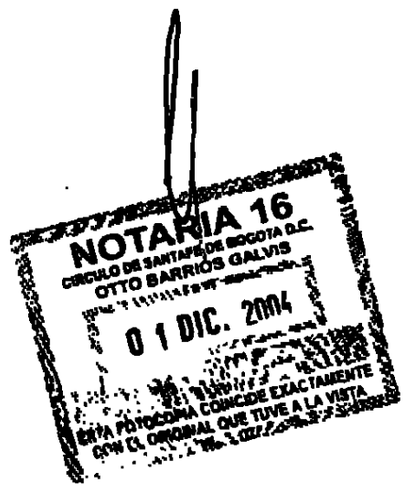
38. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the acts sign the message.

39. One or more computer-readable media as recited by claim 28, wherein the acts provide identity based encryption.



USE OF ISOGENIES FOR DESIGN OF CRYPTOSYSTEMS

Techniques are disclosed to provide public-key encryption systems. More particularly, isogenies of Abelian varieties (e.g., elliptic curves in one-dimensional cases) are utilized to provide public-key encryption systems. For example, the isogenies permit the use of multiple curves instead of a single curve to provide more secure encryption. The techniques may be applied to digital signatures and/or identity based encryption (IBE) solutions. Furthermore, the isogenies may be used in other applications such as blind signatures, hierarchical systems, and the like. Additionally, solutions are disclosed for generating the isogenies.



100

PUBLIC KEY ENCRYPTION WITH ISOGENIES

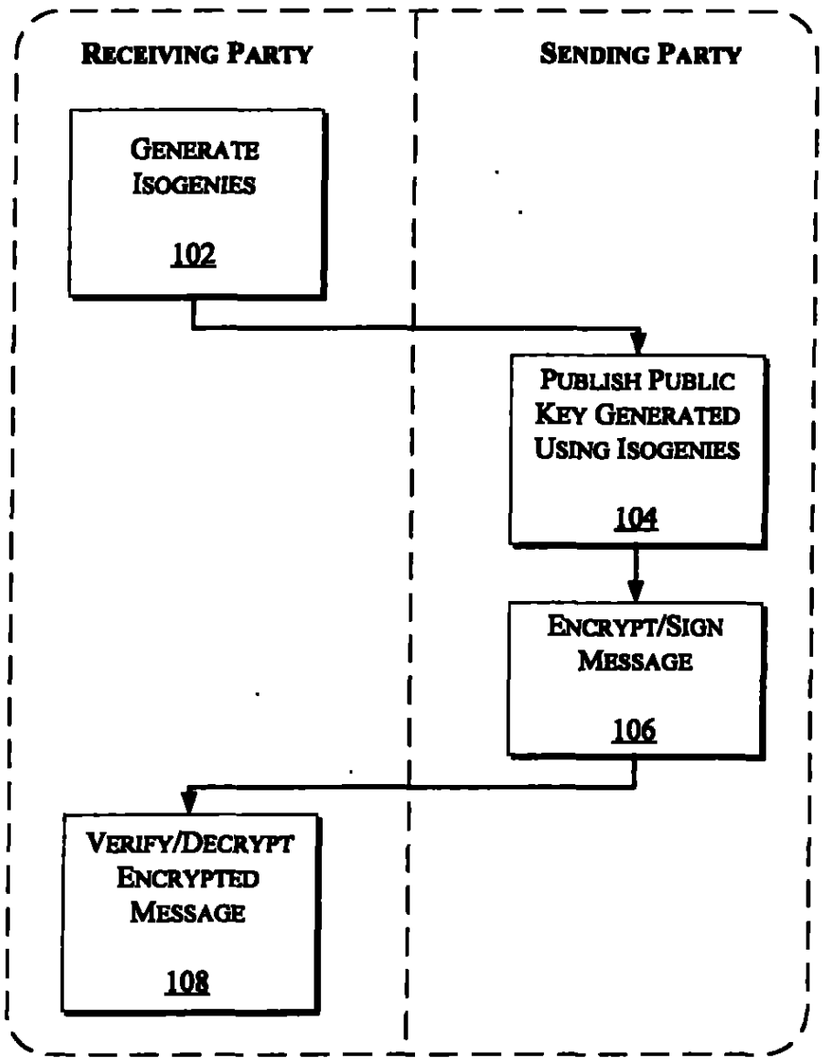


FIG. 1

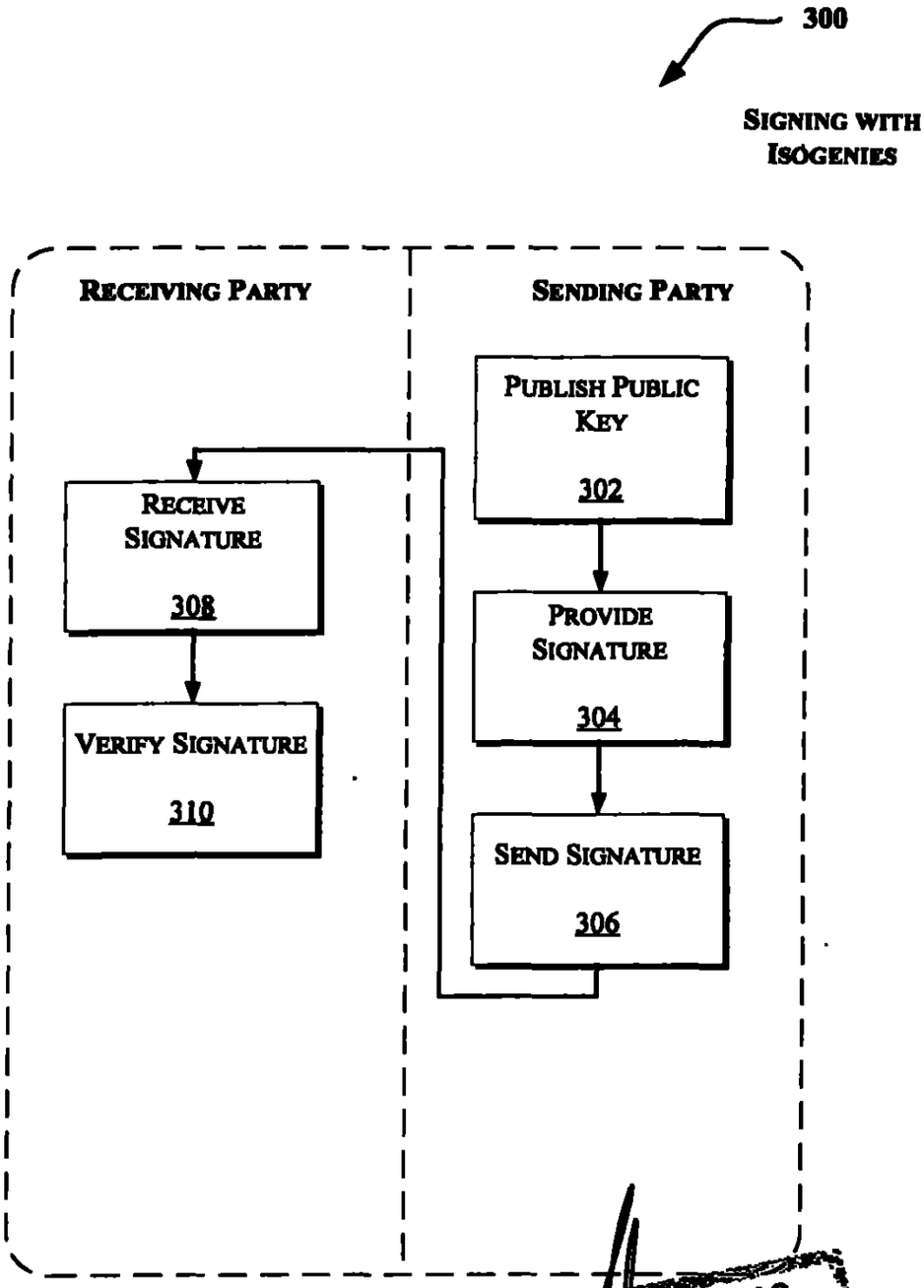


FIG. 3

100

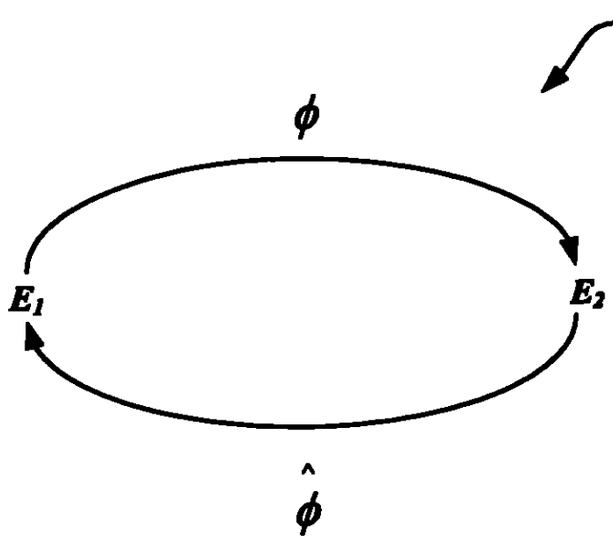


FIG. 2

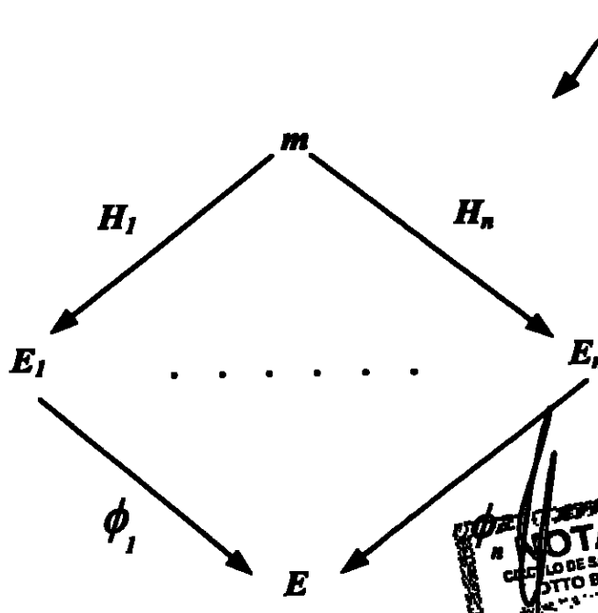


FIG. 4

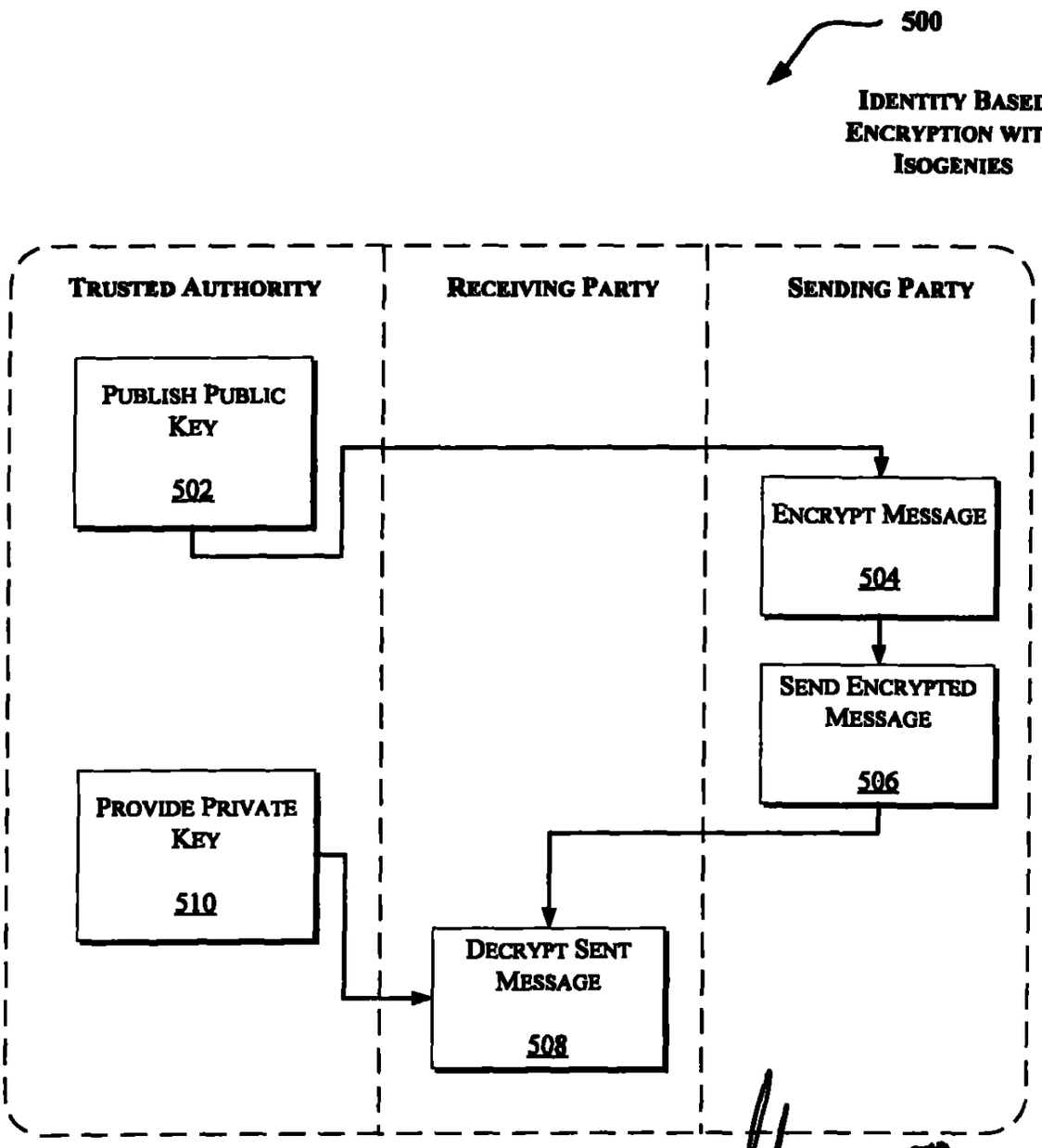


FIG. 5

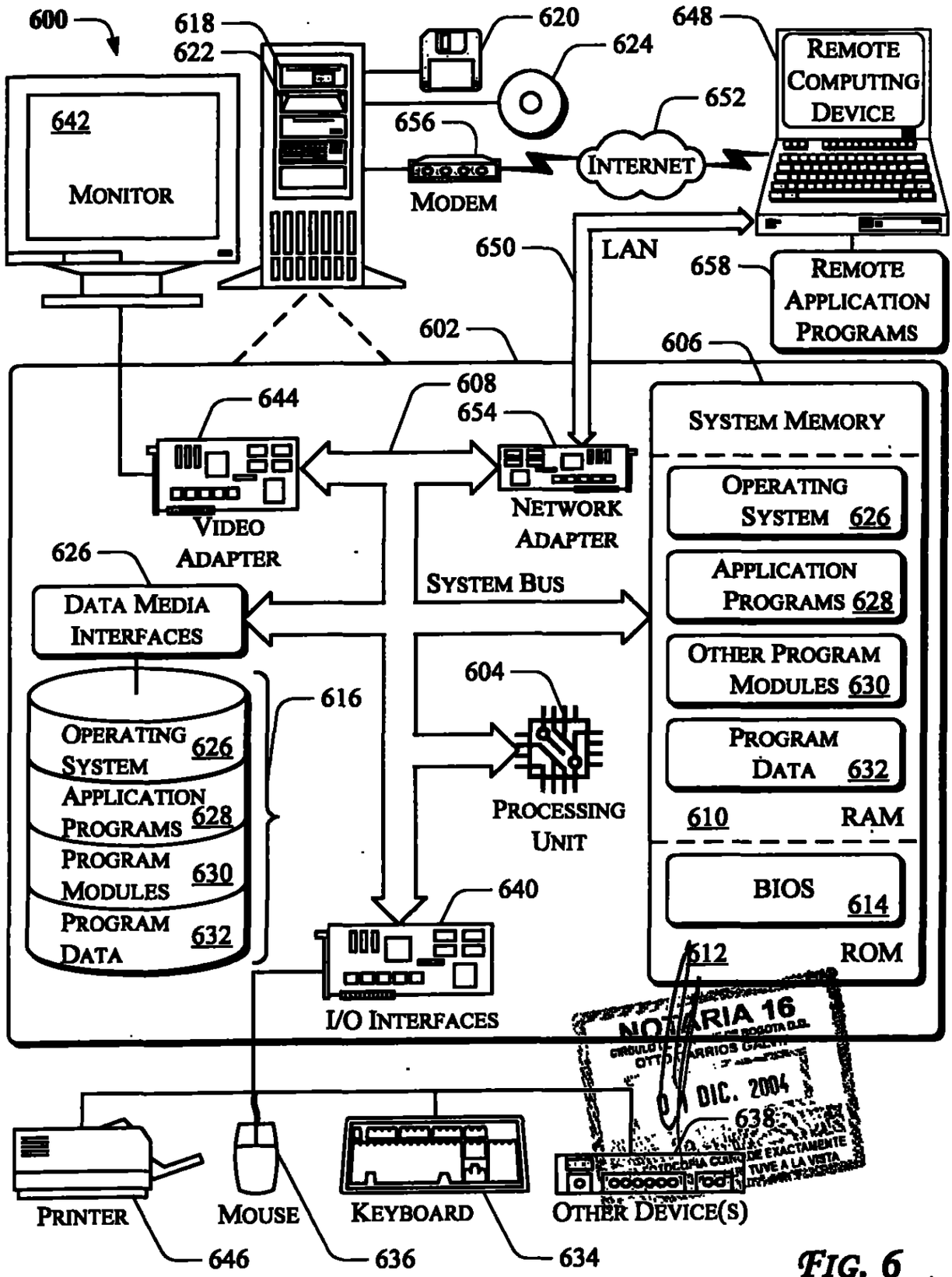

600
618
622
620
624
648
REMOTE COMPUTING DEVICE
642
MONITOR
656
MODEM
652
INTERNET
650
LAN
658
REMOTE APPLICATION PROGRAMS
602
606
644
608
654
SYSTEM MEMORY
VIDEO ADAPTER
NETWORK ADAPTER
OPERATING SYSTEM 626
626
SYSTEM BUS
APPLICATION PROGRAMS 628
DATA MEDIA INTERFACES
OTHER PROGRAM MODULES 630
604
616
PROGRAM DATA 632
OPERATING SYSTEM 626
APPLICATION PROGRAMS 628
PROGRAM MODULES 630
PROGRAM DATA 632
PROCESSING UNIT
610
RAM
BIOS 614
640
612
ROM
I/O INTERFACES
NOTARIA 16
DIC. 2004
638
PRINTER
MOUSE
KEYBOARD
OTHER DEVICE(S)
646
636
634

FIG. 6

105
186

LOS ESTADOS UNIDOS DE AMERICA.
A todos aquellos a los que se presente este documento:

EL DEPARTAMENTO DE COMERCIO DE LOS ESTADOS UNIDOS

La Oficina de Patentes y Marcas de los Estados Unidos

Julio 15, 2004.

ESTO CERTIFICA QUE EL ANEXO A LA PRESENTE ES UNA COPIA AUTENTICA DE LOS REGISTROS DE LA OFICINA DE PATENTES Y MARCAS DE LOS ESTADOS UNIDOS DE AMERICA CORRESPONDIENTES A LOS DOCUMENTOS DE LA SOLICITUD DE PATENTENTE IDENTIFICADA A CONTINUACIÓN LOS CUALES CUMPLIERON CON LOS REQUERIMIENTOS PARA OTORGARLE UNA FECHA DE PRESENTACIÓN BAJO EL 35 USC 111.

NUMERO DE SOLICITUD: 10/816.083
FECHA DE SOLICITUD: 31 de Marzo de 2004.

EL DISCO CD CORRESPONDE A LA INFORMACIÓN ARRIBA REFERENCIADA

(SELLO) Por la autoridad del
Comisionado de Patentes y Marcas

Firmado (ilegible)
T. Lawrence
Oficial de Certificación

104

PTO/SB/(03-01)
Aprobado para uso hasta 30/11/2002/OMB0651-0032
Oficina de Marcas de los Estados Unidos. DEPARTAMENTO DE COMERCIO
Bajo el Estatuto de Reducción de Papel de 1995. Ninguna persona será requerida a responder a una solicitud de información a menos que esta contenga un número de control válido OMB.

TRANSMISIÓN DE SOLICITUD DE PATENTE DE UTILIDAD

(Solamente Para Solicitudes nuevas no provisionales bajo 37 CFR 1.53 (b))

Numero de Archivo de Abogado	MS 1-1956US
Primer Inventor	JAO
Título	USO DE ISOGENOS PARA EL DISEÑO DE CRYPTOSISTEMAS
Sello de Correo Especial No.	EV436703086

ELEMENTOS DE SOLICITUD

Ver MPEP Capítulo 600 en relación con el contenido de solicitudes de patentes de utilidad

1 ☑ Tasa del formato de transmisión (e.g.,PTO/SB/17)

2 ☐ Solicitante reivindica estatus de empresa pequeña Ver 37 CFR 1.27

3 ☑ Especificación — Total Páginas: 42

- Título descriptivo de la invención
- Referencia cruzada de las solicitudes relacionadas
- Declaración en relación con patrocinio Federal R&D
- Referencia a la lista secuencial, una tabla o un apéndice con listado en computador.
- Antecedentes de la invención
- Resumen de la invención.
- Descripción de los dibujos *(si se adjuntan)*
- Descripción detallada
- Reivindicaciones
- Extracto

4 ☑ Dibujo(s) (35 U.S.C. 113) — [Total Páginas] 9

5 Declaración o juramento. — [Total Páginas] 2

a. ☑ *Newly executed (original o copia)*

b. ☐ Copia de una solicitud anterior (37CFR 1.63 (d)) *(para continuación/división con reenvío de conformidad)*

i ☐ ELIMINACIÓN DE INVENTOR(ES) Declaración firmada solicitando la(s) persona(s) designada en la solicitud anterior. Ver 37 CFR 1.63 (d)(2) y 1.33 (b).

6 ☐ Hoja de datos de la Solicitud. Ver 37 CFR 1.76

DIRIGIR A: Mail Stop Solicitud de Patente
Comisionado para patentes P.O. Box,
Alexandria, VA 22313-1450

7. ☐ CD-ROM o CDR en duplicado, tabla grande o programa de computador *(Apéndice)*

8. Presentación de secuencia de nucleótido y/o aminoácido. *(En caso de ser aplicable, todo lo necesario).*

a. ☐ Formato Legible en Computador (CRF)

b. Listado de secuencia de información en:

i. ☐ CD-ROM o CDR (2 copias) o

ii. ☐ papel.

c. ☐ Declaración verificando la identidad de las copias.

PARTES QUE ACOMPAÑAN LA SOLICITUD

9. ☑ Documentos de tiempaso (hoja de presentación & documento(s))

10. ☐ 37CFR 3.73(b) Declaración *(cuando exista un cesionario)* ☑ Poder de abogado

11. ☐ Documentos de traducción al inglés *(si aplica)*

12. ☑ Declaración de información presentada. ☑ Copias de Citadores IDS. (105)PTO-1449

13. ☐ Modificación preliminar

14. ☑ Recibo de retorno de correo (MPEP 503) *(Debe ser específicamente designado)*

15. ☐ Copia del Certificado del documento de prioridad *(en el evento en que se reivindique una prioridad extranjera)*

16. ☐ Requerimiento de no publicación bajo el 35 USC 122 (b)(2)(B)(i). El solicitante debe adjuntar la forma PTO/ SB/35 o su equivalente

17. ☐ Otros.

18. Si es una SOLICITUD CONTINUADA marque la casilla apropiada, y proporcione la información requisitada abajo y en un anexo preliminar o en una Hoja de Datos de Solicitud bajo el 37 CFR 1.76.

☐ Continuación ☐ Divisional ☐ Continuación-en-parte (CIP) De la solicitud prioritaria No. _____

Información de la solicitud prioritaria: *Examinador* _____ *Unidad Grupo Arte:* _____

Para SOLICITUDES CONTINUADAS O DIVISIONALES solamente: La revelación completa de la patente anterior, de la cual el juramento o declaración se presentado bajo la caja 5 b. anterior, se considera como parte de los documentos revelados de la solicitud continuada o dividida adjunta y es incorporada a esta por referencia. La incorporación puede subsanarse por locación cuando la porción haya sido inadvertidamente omitida de las partes que acompañan la solicitud.

19. DIRECCIÓN DE CORRESPONDENCIA

☑ Numero de cliente o sello del código de barras 22264 o ☐ Dirección de correspondencia abajo

Nombre					
Dirección					
Ciudad		Estado		Código Postal	
País		Teléfono		Fax	
Nombre (*mecanografiado/dactilografiado*)	Ramin Aghevli		Número de Registro (*Apoderado/Agente*)	43,462	
Firma	*Ingrese Firmado*		Fecha	03/01/	

Declaración de carga de horas: Se estima que este formato se complete en 0.2 horas. El tiempo verdadero dependerá de las necesidades de cada caso individual. Cualquier comentario en la cantidad de tiempo que usted utilice para completar este formato deberá ser enviado al Oficial en Jefe de Información de la Oficina de Marcas y patentes de los Estados Unidos, Washington D.C. 20231. NO ENVÍE TALES O FORMATOS DILIGENCIADOS A ESTA DIRECCIÓN. ENVÍELOS A: Comisionado Asistente para Patentes, Casilla de Solicitudes de Patentes, Washington D.C. 20231.

Copia preparada por USPTO de la base de datos de Imagen PACR el 07-13-2004

Nota del Traductor: Esta página se encuentra sellada en su parte superior izquierda con Número 7119 U.S. PTO/código de barras No. 033104; y en su parte superior derecha 22264 U.S. PTO 10/81 6083 código de barras No. 033104.

NOTARIA 16
CIRCULO DE SANTAFE DE BOGOTA D.C.
OTTO BARRIOS GALVIS
01 DIC. 2004
ESTA FOTOCOPIA COINCIDE EXACTAMENTE CON EL ORIGINAL QUE TUVE A LA VISTA

108

Transmisión de Gastos para FY 2004

Efectivo 1070172003

Los gastos de patentes están sujetos a revisión anual

☐ El solicitante reivindica estatus de pequeña empresa. Ver 37CFR 1.27

Valor Total de pago USD$1238.oo

Complete si conoce la información	
Numero de Solicitud	
Fecha de presentación	
Nombre del primer inventor	Jao
Nombre del Examinador	
Unidad Inventiva	
Numero de Archivo del Abogado	MS1-1956US

Método de Pago (Revisar todas las aplicables)

☐ Cheque ☐ Tarjeta de crédito ☐ Giro ☐ Otro
☐ Ninguno ☑ Depósito en Cuenta

Numero de cuenta del Depósito. [illegible]
Nombre de la cuenta Del Depositante: Lee & Hayes, PLLC

☑ director está autorizado para: (marque todas las aplicables)
☑ Cobrar las tasas indicadas a continuación ☑ Cobrar cualquier sobretasa
☑ Cobrar cualquier tasa(s) adicionales y pago por inferior de la(s) tasa(s)
☐ Cobrar cualquier tasa(s) indicadas a continuación, excepto la tasa de presentación, a la cuenta de depósitos arriba identificada.

FEE CALCULATION.

1. TASA BASICA DE PRESENTACIÓN

Gran Empresa tasa ($) Código		Pequeña Empresa tasa ($) Código		Descripción de la tasa	Tasa pagada
1001	770	2001	385	Tasa de Presentación de Utilidad	770
1002	340	2002	170	Tasa de Presentación de Diseños	
1003	530	2003	265	Tasa de Presentación de Variedad	
1004	770	2004	385	Presentación tasa de reemisión	
1005	160	2005	80	Tasa de presentación provisional	
				SUBTOTAL(1)	($)770

2. TASA POR REIVINDICACION ADICIONAL PARA UTILIDAD Y REEMISION

	Reivindicaciones Extra	Tasa dejada	Tasa pagada
Total reivindicadores 39-20** = 19 x		18 =	342
Reivindicaciones Indep. 4-3** = 1 X		86=	86
Múltiples dependientes			

Gran Empresa tasa ($)		Pequeña Empresa tasa ($)		Descripción de la tasa
1202	18	2202	9	Reivindicaciones superiores a 20
1201	86	2201	43	Reivindicaciones Indep. superiores a 3
1203	290	2203	145	Reivindicaciones múltiples dependientes, impagas
1204	86	2204	43	**Reemisión reivind independientes sobre pat. Original
1205	18	2205	9	**Reemisión reivind. Sup. A 20 sobre pat. Original
				SUBTOTAL(2) ($)428

** O numero previamente pagado, si es mayor, para reemisiones ver arriba

Calculo de la tasa (continua)

3. Tasas adicionales

Gran Empresa tasa ($) Código		Pequeña Empresa tasa ($) Código		Descripción de la Tasa	Tasa Pagada
1051	130	2051	65	[illegible]	
1052	50	2052	25	[illegible]	
1053	130	1053	130	[illegible]	
1812	2,520	1812	2,520	[illegible]	
1804	920*	1804	920	[illegible]	
1805	1,840*	1805	1,840*	[illegible]	
1251	110	2251	55	[illegible]	
1252	420	2252	210	[illegible]	
1253	950	2253	475	[illegible]	
1254	1,480	2254	740	[illegible]	
1255	2,010	2255	1,005	[illegible]	
1401	330	2401	165	[illegible]	
1402	330	2402	165	[illegible]	
1403	290	2403	145	[illegible]	
1451	1,510	1451	1,510	[illegible]	
1452	110	2452	55	[illegible]	E
1453	1,330	2453	665	[illegible]	
1501	1,330	2501	665	[illegible]	
1502	480	2502	240	[illegible]	
1503	640	2503	320	[illegible]	
1460	130	1460	130	[illegible]	
1807	50	1807	50	[illegible]	
1806	180	1806	180	[illegible]	
8021	40	8021	40	[illegible]	
1809	770	2809	385	[illegible]	40
1810	770	2810	385	[illegible]	
1801	770	2801	385	[illegible]	
1802	900	1802	900	[illegible]	
Otra tasa (especifique)					
Reducción por tasa de presentación presentada*				Subtotal (3)	($)40

Presentado por				(Completar (en caso de ser aplicable))	
Nombre (mecanografiado/en imprenta)	Ramón Agheli	Numero de Registro (Abogado/Agente)	43,462	Teléfono (506) 324-9256	
Firma	[signature]			Fecha	3/31/2004

Precaución: La información en este formato puede ser pública. La información de tarjeta de crédito no deberá ser incluida en este formato. Proporcione la información de tarjeta de crédito y autorización en PTO-2038

USO DE ISOGENOS PARA EL DISEÑO DE CRIPT SISTEMAS

APLICACIÓN RELACIONADA

[0001] La aplicación presente. demanda prioridad de la patente provisional del número de aplicación 60/517,142 de los Estados Unidos, archivado el 3 de noviembre de 2003, titulado "USO DE ISOGENOS PARA EL DISEÑO DE CRIPTOSISTEMAS," el descubrimiento que está incorporado aquí por referencia.

CAMPO TECNICO

[0002] La invención presente generalmente relaciona la criptografía, y más particularmente, la utilización de isógenos para el diseño de criptosistemas.

FUNDAMENTO

[0003] Como la comunicación digital se hace más común, la necesidad por afianzar los canales de comnicación asociado se vuelven incrementalmente más importantes. Por ejemplo, las tecnologías actuales le permiten a una usuaria acceder remótamente cuentas bancarias, datos médicos, y otra información privada y sensible.

[0004] La Criptografía se ha usado para proporcionar ampliamente seguridad en la comunicación digital. La Criptografía generalmente relaciona el cifrado (o encriptación) y descifrado (descencriptado) de mensajes. La encriptación y la descencriptaación utiliza alguna información confidencial (como una llave). En los métodos de encriptación diferentes, pueden usarse una sola o múltiples llaves para el encriptación y decryption.

[0005] Una llave múltiple de cryptosystem normalmente usada es una llave pública del sistema de encripción. En un sistema de llave pública, un remitente que desea enviar un mensaje encriptado a un destinatario obtiene una llave pública autenticada para el destinatario que se genera usando una llave privada. Como el nombre lo indica, la llave pública está disponible de fuentes públicas. Es más, para evitar un ataque no personal, la llave pública se autentica a menudo. La autenticación de llave pública puede hacerse por una técnica como intercambiar las llaves sobre un canal de confianza, usando un archivo público de confianza, usando un servidor de confiada en línea, o usando un servidor fuera de línea y certificades.

[0006] Después de obtener la llave pública autenticada, el remitente encripta un mensaje original con la llave pública y genera una clave cifrada. El destinatario intencional utiliza entonces la llave private codifican ara descifrar la clave cifrada para extraer el mensaje original. Se cree que descifrando la clave cifrada sin el

acceso a la llave privada no es factible. De acuerdo solo con una parte que tiene acceso a la llave privada puede sastifactoriamente descifrar la clave cifrada.

[0007] Una significante ventaja de los sistemas de clave pública por encima de los criptosistemas simétricos (como un flujo o bloque de cifras) es que en las comunicaciones de dos-partes, solo las necesidades importantes privadas son guardadas confidencialmente (mientras que en el criptosistema simétrico, la llave se mantiene confidencial en ambos extremos).

[0008] Un sistema de encriptación actual de clave pública utiliza ciertas curvas elípticas (ECs) sobre un campo finito. Un Patr de valores publicados derivados de una curva elíptica se utilizan como una llave pública (incluso los puntos en la curva y su llave pública correspondiente que se generan por un multiplicación simple (es decir, multiplicación del entero) en la curva). La verificación es hecha usando una doble línea que empareja sobre la curva.

[0009] Generalmente, se cree que las curvas elípticas proporcionan los relativamente más bajos requisitos de la comunicación a los sistemas de encriptación que los sistemas tradicionales como RSA (Rivest, Shamir, y Adieman la tecnología de encriptación importante pública), mientras se mantienen niveles de seguridad similares.

[0010] Una impresión con los sistemas de encriptación de llave pública actuales es que se ha demostrado que ninguno está seguro. Como resultado, la seguridad de sistemas de encriptación de llave pública actuales esta presuntamente basado en la dificultad de un conjunto de problemas teóricos.

[0011] Los sistemas de encriptación de llave pública son más deseados porque proporcionan seguridad adicional.

RESUMEN

[0012] Se descubren las técnicas para proporcionar los sistemas de encriptación de clave pública. Más particularmente, isógenos de variedades de Abelian (e.g -, curvas elípticas en los casos uni-dimensionales) se utilizan para proporcionar los sistemas de encriptación de llave pública. Por ejemplo, los isogenos permiten el uso de curvas múltiples en lugar de una sola curva, proporcionando la encriptación más segura. Las técnicas pueden aplicarse a las firmas digitales y/o identidad basados en las soluciones de encriptación (IBE). Además, pueden usarse los isogenos en otras aplicaciones como las firmas invisibles, los sistemas jerárquicos, y similares. Adicionalmente, se descubren las soluciones para generar el isógeno.

[0013] En una implementación descrita, un método incluye la publicación de una llave pública que corresponde a un isógeno. Además el método incluye el descifrando y cifrado de un mensaje que usa una llave de descripción que corresponde al isogeno (por ejemplo, es su isogeny dual).

BREVE DESCRIPCIÓN DE LAS GRAFICAS

[0014] La descripción detallada se hace con referencia a las figuras incluidas. En las figuras, los dígitos más a la izquierda del número de referencia identifican la figura en la cual aparece primero el número de la referencia. El uso de los mismos números de referencia en las diferentes figuras indican ítems similares o idénticos.

[0015] La fig. 1 ilustra un método ejemplar para usar el isogeno en un cryptosystem (criptosistema).

[0016] La fig. 2 ilustra un mapa ejemplar de un isogeno entre dos curvas.

[0017] La fig. 3 ilustra un método ejemplar para firmar un mensaje utilizando isogenos.

[0018] La fig. 4 ilustra un mapa ejemplar de un isogeno entre múltiples curvas.

[0019] La fig. 5 ilustra un método ejemplar para la identidad basado en la encriptación (IBE) usando isogenos.

[0020] La fig. 6 ilustra una computadora general de ambiente 600 que puede usar para llevar a cabo las técnicas descritas aquí.

DESCRIPTION DETALLADA

[0021] La discusión siguiente asume que el lector está familiarizado con las técnicas de criptografía. Para una introducción básica de criptografía, el lector es dirigido al texto escrito por A. Menezes, P. Van Oorschot, y S. Vanstone titulado, "Manual de Criptografía Aplicada" quinta edición (agosto de 2001), publicó por la Prensa CRC.

[0022] El descubrimiento siguiente describe las técnicas para mejorar los sistemas de llave pública que son basados en el múltiples curvas elípticas (o variedades de Abelian en general). Se descubren varias técnicas para el generador de isogenos (o cartografías) entre las curvas. Los isogenos generados permiten uso de curvas múltiples en lugar de la sola curva para proporcionar la encriptación pública. Además, las técnicas pueden aplicarse a las firmas digitales relativamente cortas (por ejemplo, tecleó "en" por un usuario o envió sobre un canal de ancho de banda bajo) y/o identidad basada en las soluciones de encriptación (IBE) (por ejemplo, permitiendo las llaves públicas memorizables). Las firmas cortas pueden también proporcionar eficiencia adicional a través de la verificación agregada.

[0023] APRECIACIÓN GL BAL DE CRYPT SISTEMS C N ISOGEN S

[0024] La fig. 1 ilustra un método ejemplar 100 para usar el isogenos en un criptosistema. Una fase 102 genera isogenies (de curvas elípticas, o más generalmente las variedades de Abelian). Los isogenies pueden generarse por una parte receptor u otra parte (tal como una paerte de confianza más discutida con referencia a la figura 5.

La fase 102 puede también generar el correspondiente isogeno dual para cada uno de los isógenos generados (como se discutirá más debajo). Varios métodos para el isogenos generador se detallan debajo bajo el mismo título. Adicionalmente, como será más detallado con referencia a los Higos. 3 y 5, los isogenos generados se utilizan para proporcionar llaves públicas y las llaves públicas se publican (104). Las llaves públicas pueden publicarse enviando una parte o una autoridad de confianza (vea, por ejemplo, la discusión de las Figs. 3 y 5).

[0025] Una parte enviada encripta entonces mensajes (o señales) que usan una llave de encriptación (106). Los mensajes encriptados en la fase 106 pueden ser verificados/desencriptados por la parte receptora usando una llave de decryption para determinar la autenticidad de la encriptación o de la firma (108). En una implementación, La paridad Weil se utiliza para verificar los mensajes encriptados (como se discutió bajo el mismo título). Sin embargo, el emparejamienmto Weil es solo un ejemplo de emparejar que puede ser utilizado para la comprobación o descripción. Por ejemplo, otra doble línea y/o no-degenerada técnicas de emparejamiento pueden utilizarse como el emparejamiento de Tate y el emparejamientio caudrado.

[0026] APRECIACIÓN GLOBAL DE ISOGENOS

[0027] La fig. 2 ilustra un mapa ejemplar de un isogeno 200 entre dos curvas (por ejemplo, las curvas elípticas). Como se ilustran, una curva E1 puede trazarse sobre una curva E2 por un isogeno Ø (donde Ø: E1–>E2). La Fig. 1 también ilustra el isogeno Ø dual (donde Ø: E1–>E2)

[0028] En varias implementaciones, usando isogenos en cryptosistemas se prevee para proporcionar las propiedades tales como: dada una curva E1, generando un par (Ø, E2) es relativamente eficiente dónde Ø: E1–>E2 es un isogeno, pero dado un par E1,E2) de curvas isógenas, se cree que es relativamente difícil construir cualquier isogeny no cero (nonzero) Ø: E1–>E2 mucho menos un isogeno específico. Por consiguiente, si una distinción es arrastrado entre una interrupción global (definido como un cómputo que permite romper cualquier mensaje subsecuente en el tiempo polinómico) y una

interrupción por instancia, entonces los mejores ataques conocidos en este momento contra el isogeno basado en los criptosistemas toman cualquiera substancialmente más tiempo que el registro discreto para una interrupción global o sino un cómputo de registro discreto por el mensaje para el ataque por instancia.

[0029] Por ejemplo, considerado un sistema de anillo dónde cada cliente se da a un mensaje firmado específico que concede el acceso a algún servicio (que pueden ser de bajo valor), el cliente puede tener que leer el anillo encima del teléfono a un representante, y además las firmas pueden ser relativamente cortas. Será razonable usar parámetros que son lo suficinetemente grande para hacer un el ataque por mensaje más costoso que el servicio proporcionado, mientras guarda un descanso global prohibitivamente caro.

[0030] **DETALLES DE LOS ISOGENOS**

[0031] Un campo *k* puede ser fijado con carácterísticas *p* con *q* elementos y teniendo un procedimiento algebráico k. Dejemos *E/k* ser una curva elíptica definida sobre el campo *k* y *E(k)* ser un grupo definido sobre *k*, dejemos k(E) denotada como el campo de función de la curva elíptica. También, dejemos *[ˆn]E* ó *[n]* note el mapa *P –> n * P* sobre *E* y *E[ˆn]* note el núcleo (kernel) de este mapa.

[0032] Un isógeno $\varnothing$: $E_1 \rightarrow E_2$ es un morphism no constante que envía el elemento identidad E_1 para el E_2. Cuando tal isógeno existe, uno puede decir que E_1 y E_2 son isogenos. El isogeny se define sobre k si $\varnothing$ tiene definidas ecuaciones con coeficientes en *k*. Cualquier isógeno también retoma a la salida un homomorphism de grupo, es decir, $\varnothing(P+Q) = \varnothing(P) + \varnothing(Q)$ para todo $P,Q \in E_1$ donde la suma de la izquierda es la ley del grupo E_1 y la suma en el lado derecho es eso de E_2. Aquí el ernel de $\varnothing$ es un subgrupo de E_1.

[0033] Permita $Hom_k(E_1, E_2)$ denote el conjunto de isogenos desde E_1 hasta E_2 que son definidos sobre *k*. Hom $_{\bar{k}}$ (E_1, E_2) se denota por $Hom_k(E_1, E_2)$. Para cualquier isógeno
$\varnothing$: $E_1 \rightarrow E_2$, hay un isógeno dual $\bar{\varnothing}$: $E_2 \rightarrow E_1$ tal que:
$\bar{\varnothing} \circ \varnothing = [n]_{E1}$ y $\varnothing \circ \bar{\varnothing} = [n]_{E2}$,
[0034] donde n = deg ($\varnothing$) es el grado del isogeny. El isogeny dual satisface las propiedades normales:

$$\bar{\varnothing} = \varnothing,\ \varnothing + \Psi = \bar{\varnothing} + \bar{\Psi},\ \varnothing \circ \Psi = \bar{\Psi} \circ \bar{\varnothing},\ [\bar{n}] = [n]$$

[0035] En una implementación, el grado de $\varnothing$ como un mapa finito puede ser además definido como:: El grado de extensión $k(E_1)$ sobre el obstáculo (por $\varnothing$) del campo k (E_2) donde $\varnothing$ se define sobre k. Puede ser conveniente para pensar en términos del tamaño de su kernel (núcleo) (asumiendo la extensión del campo

de la función separable) o por la ecuación anterior. De aquí,se dice que el isógeno es B – smooth (plano) y su grado es B – plano (es decir los primeros divisores de deg (*Ø*) son menores o iguales a B). El conjunto Hom(E,E) de endomorphisms de una curva elíptica E se denota End(E); este conjunto tiene la estructura de un anillo dada por el defmidefinición:

$(Ø + Ψ)(P) = Ø(P) + Ψ(P)$, $(Ø \circ Ψ)(P) = Ø(Ψ(P)$

[0036] Generalmente, el grupo Hom(E_1, E_2) es una torsión libre del módulo End(E_2) izquierdo - el módulo derecho End(E_1). Cuando $E_1 = E_2 = E$, la estructura algebráica es más rica: Hom(E_1, E_2) = End(E) Is un anillo (no sólo un módulo) sin divisores cero y tiene el cero característico.

[0037] En una implementación, esto puede pensarse como una celosía: Permita a E ser una curva elíptica definida sobtre algún field k. Entonces, End(E) es el isomórfico a cada Z, una orden en un field imaginario cuadrático, o una orden máxima en el álgebra del cuaternio. Para cualquier dos curvas elípticas E_1, E_2, el grupo Hom(E_1, E_2) es un módulo libre Z del rango máximo de 4. Cuando End(E) es más grande que Z, uno dice que E tiene multiplicación compleja. El elemento en End(E) el corresponde al Frobenius.
el endomorfismo (x,y) –> (el x^p , y^p) se denota por π, y satisface la característica ecuación x^2 - tr(E)x+q = 0. El conductor de la curva elíptica c es [End(E): Z[π]].

[0038] **El APAREAMIENTO WEIL**

[0039] El apareamiento Weil que aparea e_n: E[n]x E[n] –> μ_n es un bilineal, no-genera trace con valores en el grupo de n^{th} raíces de la unidad en k. En una aplicación, el apareamento Weil se utiliza para realizar la verificación/descencripción estado 108 de la figura1. Sin embargo, el apareamento Weil aparear es pero un ejemplo que puede ser utilizado para la comprobación o descencripción. Por ejemplo, otro bilinear y/o apareamiento no-degenerado que puede ser utilizado tal como apareamiento Tate que aparea y apareamiento cuadrangular. El apareamiento Weil satisface la propiedad siguiente:
e_n (S, $\bar{Ø}(T)$) = e_n ($Ø$(S),*T*), *donde* $S \varepsilon$ $E_1[n]$, $T \varepsilon E_2[n]$
E_1, E_2
el e^S^T) -) = el e^S),T^^S E E^T e E, [n]

[0040] Aquí, e_n (S, $\bar{Ø}(T)$) es un cómputo de apareamiento sobre E_1 mientras e_n ($Ø$(S),*T*), e^(S'), T) está sobre E_2. Noteque ambas curvas tienen n puntos de torsión los cuales ponen una represión sobre sus órdenes de grupos. Esto no propone un problema, desde que por un teorema de Tate $E_1(k)$ y $E_2(k)$ son los isógenos sobre k si y solo sí de los dos grupos de puntos tienen el mismo orden.

[0041] El apareamiento Weil evalua la identidad por todos los pares de entradas las cuales son linealmente independientes. Por consiguiente, un mecanismo deberia ser beneficiado para asegurar que los puntos de la entrada no son escalas múltiples de cada uno. Un acercamiento es usar una curva E_2, definida encima de un fieid finito k que es bastante más grande que el grupo completo E_2 [n] $\cong (Z/nZ)^2$
de n-torsión de puntos que está definido sobre k. En esta situación, la probabilidad que dos elementos aleatorios del grupo E_2 [n] son linealmente dependientes despreciables, en el orden de 1/n, para que el avlor del apareaiento Weil pueda ser no trivial con alta probabilidad. La ecuación arriba asegura que la distribución de los valores de apareamiento sobre E_1 harán pareja con los de E_2.

[0042] Altemativ una función de apareamiento modificado $\bar{e}(P,Q) = e_n(\lambda(P), Q)$ puede usarse donde λ es cualquier endomorphism no-escalar, entonces P y $(\lambda(P)$ son linealmente independiente y $\bar{e}(P,P) \neq 1$. Este mapa λ se llama una distorsión o variación de E.

[0043] **LA GENERACIÓN DE ISOGENOS**

[0044] En varias implementaciones, pueden usarse varios métodos para construir isogenos de grado alto (e.g -, de curvas elípticas, o más generalmente las variaciones de Abelian) y sus duales tal como discutida con referencia a la fase 102 de Fig. 1. La firma digital corta y los criptosistemas de IBE discutidos aquí dentro puede seguir la convención de pares de valores $(P, \varnothing(p))$ que son publicados como la clave pública, mientras la evaluzión dual $\varnothing$ constituye la clave privada.

[0045] En una aplicación, las construcciones pueden resumirse como: dado cualquier E, hay un algoritmo para construir el isógeno E --> E cuyo grado n es l r distribuído aleatoriamente, y es una principal probabilidad ~l/log(n); dada cualquier curva E_1, hay un algoritmo por construir aleatorio B - isógeno plano de E_1 para los objetivos aleatorios a tiempo $O(B^3)$; y dado E_1, E_2 y dos isógenos linealmente independientes en $Hom_k(E_1, E_2)$ que tienen el relativamente grado principal, hay un algoritmo para construir isogenos de primer grado (vea, por ejemplo, la discusión debajo con respecto al isógeno independiente).

[0046] **ISOGENOS DE MULTIPLICACION COMPLEJA**

[0047] Permita E_1=E_2 como antes y asuma que E_1 tiene la multiplicación compleja (CM) por el orden 0_D cuadrático imaginario deL discriminantE D < 0. Un algoritmo de probabilidades puede ser descrito para producir tal curva E_1 junto con un endomorfismo $\varnothing$ de E_1 de pricipal grado grande, en el tiempo polinómico esperado en $|D|$.

[0048] 1. Calcule la clase polinomial de H_D (X) polinómico} del discriminante D. Permita que K denote el campo de dividido de H_D (X) sobre Q.

[0049] 2. Escoge cualquier raíz x de H_D (X) y construya una curva elíptica E sobre C que tiene j - variante igual a x. Note que E es el definida sobre el número de campo K.

[0050] 3. Por construcción, la curva E tiene multiplicación compleja por $\sqrt{D}$ (raiz cuadrada de D). Usando álgebra lineal en q-expansiones, encuentra explícitamente la función racional I(X,Y) con los coeficientes en K. que corresponde al isogeny $\sqrt{D} \in EndE$.

[0051] 4. Escoja los enteros aleatorios un *a y b* hasta $a^2 - b^2D$ es primero.

Entonces, el isógeno $a+b\sqrt{D}$ será un endorismo de *E* que tiene el primer grado.

[0052] 5. Escoja cualquier primero *P* ideal de *K* y reduzca los coeficientes de *E* y de *I* módulo P. Permita E_1, denote la reducción de *E* y permita $\varnothing$ sea la reducción de un $a+b\sqrt{D}$.

[0053] Los estados 1-3 del algoritmo son determinísticos y de tiempo polinomial en | D |. En cuanto a fase 4, el primer teorema numérico para los campos de número implica que el $a^2 - b^2D$ tiene probabilidad $1/\log(a^2 - b^2D)$ de ser pimero, para las interfases a y b de tamaño n uno puede esperar la fase 4 para terminar pruebas de $\log(Dn^2)$.

[0054] El endomorfismo resultante $\varnothing$ es un endomorfismo de E_1 de grado principal
el grado. Ambos $\varnothing$ y su dual $b\sqrt{D}$ pueden ser evaluados teniendo el conocimiento de a y b, usando solo la función racional I(X,Y) junto con la multiplicación escalar y suma. Así un isógeno $\varnothing$ puede llamarse un CM-isógeno.

[0055] **ISOGENOS MODULARES**

[0056] Para cualquier primero ε, la curva modular X_0 (ε) las clases de isomorfismos de isógenos E_1, E_2 de grado ε. Más especificamente, existe una ecuación polinómica $\varnothing$ (X,Y) para X_0 (ε) con la propiedad de que E_1 y E_2 son ε-isógenos si y solo si $\varnothing\varepsilon$ (j (E_1) , j (E_2)) = 0.

[0057] Usando el polinomio $\varnothing$(X,Y), uno puede calficula para cualquiera E_1 una curva E_2 del isógeno ε junto con una ecuación polinómica explícita para el grado ε isogeny de E_1 –> E_2. Porque el polinomio modular es simétrico en el

cálculo de *X y Y* con las *j – constantes* reservadas que pueden ser usadas para encontrar el isógeno dual.

[0058] En la práctica, uno no puede usar los polinomios $\varnothing(X,Y)$ para los cálculos actuales porque los coeficientes de estos polinomios son bastante grandes. En cambio, diferentes pero equivalentes modelos polinómicos pueden usarse para X_0 (ε) teniendo los coeficientes más pequeños. Sin importar el modelo preciso utilizado para el cálculo, un isógeno derivado en su forma puede ser referido como un isógeno modular.

[0059] Los algoritmos actualmente conocidos para el cómputo de isógenos modulares son generalmente factibles para el valores pequeños de *l*. Solo, el uso de isógenos modulares de grado pequeño no agregan mucha seguridad, porque un atacante que conoce las curvas E_1 y E_2 podría verificar para cada *l* si las curvas son *l* -isogenous y recuperar el *l* - isogeny en el caso que ellas sean. Sin embargo, uno puede componer muchos isogenies modulares (por ejemplo, para seleccionar *l*) en un isógeno $\varnothing$ grande plano de $\prod l$, y usa $\varnothing$ como un isógeno sin revelar las curvas intermedías. Un atacante que tiene la habilidad para evaluar $\varnothing$ en puntos arbitrarios todavía puede deducir los primeros *l* calculando todos läs *l* - puntos de torsión de E_1 y ver si cualquiera de ellos es aniquilado por $\varnothing$. Sin embargo, bajo el supuesto de que el problema de cálculo del isógeno dual es difícil, el atacante no será capaz de evaluar $\varnothing$ *puntos* de su selección. Para la medida buena, uno puede también componer el isogeny resultante con el isógeno escalar o con el isógenos CM para introducir los factores no-planos grandes en el grado de una implementación.

[0060] ISOGENOS LINEALMENTE INDEPENDIENTES

[0061] En una implementación, los isógenos linealmente independientes $\varnothing$ y Ψ son dados desde E_1 hasta E_2 de primer grado relativamente. Como resultado de la combinación lineal $a\varnothing+b\Psi$ que tiene un grado dado por la ecuación cuadrática: $a^2\ \bar{\varnothing}\varnothing + ab\ (\bar{\varnothing}\Psi + \bar{\Psi}\varnothing) + b^2\ \bar{\Psi}\Psi$ en las dos variables a y b. la Note que los coeficientes de esta fórmula cuarática son enteros, desde que los coeficientes de fuera son de grados $\varnothing$ y Ψ y el término de la mitad es *igual* $deg(\varnothing+\Psi) - deg(\varnothing) - deg(\Psi)$. A pesar de que la forma cuadrática es primitiva, logra infinitamente a menudo los principales valores como a y b varían sobre de todos los pares $(a,b) \in Z^2$. De esta manera, muchos isogenies E_1 y E_2, de un grado no-plano (o incluso primero) el grado puede obtenerse. La probabilidad que el grado resultante será no-plano pueda también ser estimado.

[0062] ESQUEMA DE FIRMA CORTA USANDO ISOGENOS

[0063] En una implementación, pueden aplicarse las técnicas discutidas aquí dentro de los esquemas de la firma relativamente corta (por ejemplo, una entrada tecleada por un usuario o enviada sobre un canal de ancho de banda

bajo). Se discutirán dos esquemas de firma debajo de los que parcialmente absados en las propiedades matemáticas de isógenos y apareamientos en las curvas elípticas.

[0064] FIRMAS CONSTANTES DE GALOIS

[0065] Permita F_q^n / F_q sea una extensión de campos de grado finito n. Tome una curva elíptica E_1, definida sobre F_q^n junto con un isógeno $\varnothing: E_1 \rightarrow E_2$ definido sobre F_q^n, dónde E_2 es una curva elíptica definida sobre de F_q. En un implementación la curva E_2 es definida sobre L más que sobre un subcampo de L, pero es posible tomar E_2 definido sobre unicamente un subcampo. Sin embargo, por razones de seguridad, el isógeno $\varnothing$ no puede ser definido sobre ningún subcampo propio de F_q^n. Es más, el isógeno $\varnothing$ puede ser generado de acuerdo con varias técnicas como aquellas discutidas anteriormente.

[0066] Fig. 3 ilustra un método de ejmplo 300 para firmar un mensaje que usa isógenos. El método 300 incluye las siguientes fases:

[0067] **Clave Pública.** Escoja aleatoriamente $P \in E_1 (F_q)$ y publica (P,Q) (302), dónde $Q = \varnothing(P)$. Nota que P se define sobre F_q pero Q no se define sobre F_q, porque $\varnothing$ no está.

[0068] **Clave Secreta.** El isogeny dual $\bar{\varnothing}$ de $\varnothing$.

[0069] **La Firma.** Permita a H ser (público) del oráculo aleatorio del espacio del mensaje para el conjunto de k – *puntos de torsión* sobre E_2. Dado unmensaje m calcule $S = \Sigma_{i=0}^{n-1} \pi^i \bar{\varnothing} H(m)$ (fase 304, que proporciona una firma usando la clave secreta/privada generada como se discutió anteriormente), dónde π es la q^{th} del mapa de poder de Frobenius que los y la suma denota la suma de la curva elíptica sobre E_1. Para conveniencia, nosotros denotamos el operador $\Sigma_{i=0}^{n-1} \pi$ por Tr (posiciones para el rastro). El resultado Rendimiento $S \in E_1 (F_q)$ como la firma. La firma se envía entonces y es recibida por una parte receptora (306 y 308, respectivamente). Note que el grupom de Galois de F_q^n / F_q es $\{1, \pi, ..., \pi^{n-1}\}$, para que S essea la constante de Galois y además se defina sobre F_q.

[0070] **Verificación.** Permita e_1 y e_2 denote las paridades de Weil en $E_1[k]$ y $E_2[k]$, respectivamente. Dada una clave pública (P,Q) y un par de mensaje-firma (m,S), verifique si $e_1(P,S) = \prod_{i=1}^{n-1} \pi^i e_2(Q,H(m))$ (fase 310 que verifica lafirma recibida usando la clave pública generada como se discutió anteriormente). De acuerdo con, una firma válida satisface esta ecuación, como sigue:

$$e_1(P,S) = e_1(P, \Sigma_{i=0}^{n-1} \pi^i \bar{\varnothing} H(m)) = \prod_{i=0}^{n-1} e_1(P, \pi^i \bar{\varnothing} H(m))$$

$$= \prod_{i=0}^{n-1} e_1(\pi^i P, \pi^i \bar{\varnothing} H(m)) = \prod_{i=0}^{n-1} \pi^i e_1(P, \bar{\varnothing} H(m))$$

$= \Pi_{l=0}^{n-1} e_2(\varnothing(P), H(m)) = \quad \Pi_{l=0}^{n-1} \pi^l e_2(Q, H(m))$

[0071] También, el mapa del rastro puede usarse abajo a un campo base para acortar los puntos en una curva elíptica (o más generalmente en cualquier variedad de Abelian). En otros términos, el rendimiento de un mapa del rastro en las curvas elípticas (o la dimensión más alta de las variaciones de Abelian) pueden ser utilizadas como un método para acortar la representación de un punto sobre una extensión de campo usando los datos en el más bajo campo.

[0072] **CURVAS ELIPTICAS MULTIPLES CON FIRMA**

[0073] Otra manera de ampliar la fuerza de esquemas de firma cortos es usar múltiple claves públicas y sumar las firmas resultantes. Esta modificación puede usarse solo o puede combinarse con la constante de Galois discutida previamente.

[0074] Con relación a la Fig. 4, nosotros asumimos que hay una familia de isogenos $\varnothing_l$: $E \rightarrow E_l$ y una familia de funciones de detalle del oráculo aleatorio H_l cada una mapenado un mensaje m en un punto en la curva elíptica E_l. Similar a las fases discutidas con referencia a la Fig. 3:

[0075] **Clave Pública**. Escoja aleatoriamente $P \in E$ y publique $P, Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$, (vea, jemplo 302), donde $Q_l = \varnothing_l(P)$.

[0076] **Clave Secreta**. La familia de isogenies $\varnothing_l$.

[0077] **La firma**. Para cada mensaje m, la firma de m (S) es $\Sigma_{l=0}^{n} \bar{\varnothing}_l(H_l(m))$ (vea, e.g -, 304). El mensaje firmado se envía entonces a un parte receptora (ver por ejemplo, 306).

[0078] **La Verificación**. Dado un (mensaje, firma) el par (m,S), verifique si $e(P, S) = \Pi_{l=0}^{n} e(Q_l, H_l(m))$ (vea, por ejemplo, fase 310 discutida con referencia a la Fig. 3). Para una firma válida esta ecuación sostiene subsecuentemente:

$$e(P,S) = e(P, \Sigma_{i=1}^{n} \bar{\varnothing}_l(H_l(m))) = \Pi_{l=1}^{n} e(P, \bar{\varnothing}_l(H_l(m))) = \Pi_{l=1}^{n} e(Q_l, H_l(m))$$

[0079] Se cree que el sistema es por lo menos tan seguro como usar simplemente un solo isógeno, desde que alguien que puede romper la versión de isogenies múltiple puede convertir la versión del isógeno simple a la versión de isógenos múltiples agregando en el isógeno $\varnothing_2$....., $\varnothing_n$ determinado por ellos. Es más, para tal sistema, cualquier ataque del satisfactorio en la versión de isógenos múltiples requiere un rompimiento simultáneo de todos los isogenos simples $\varnothing_1$,..*hasta...*, $\varnothing_n$.

[0080] IDENTIDAD BASADA EN LA ENCRIPTACIÓN (IBE) ESQUEMA C N ISÓGEN S

[0081] La fig. 5 ilustra un método 500 ejemplar para la identidad basada en la encriptación (IBE) usando el isógeno. Se cree que la única manera de isógeno entre las curvas elípticas para hacer una identidad basada en la encriptación (IBE) es un esquema potencialmente seguro en contra de la computacional de Diffie-Hellman (CDH). El esquema IBE puede definirse como sigue.

[0082] **MAPEO HACIA EL PUNTO:** Defina la operación $ID \rightarrow P \in E$ para alguna curva E. Más específicamente, una forma de cómputo $H(id)$ y úsela para definir un punto. Puede asumirse que H se comporta como un oráculo aleatorio. Altemately, nosotros podemos guardar una mesa de puntos y detalle ID en un cordón aleatorio de pesos y entonces tomar una suma pesada. Nosotros podemos también asumir que hay una autoridad de confianza y un conjunto de usaurios finitos, cada uno con algún ID desde el cuál puede computar la clave pública correspondiente. Cada usuario consigue su clave privada después de la identificación conveniente por la autoridad de confianza.

[0083] **Clave pública para la Autoridad de Confianza:**

$\alpha \in E_1, \quad \beta = \varnothing(\alpha).$

De acuerdo con, una autoridad de confianza (u otro entidad tal como una parte receptora) proporciona y publica las claves públicas (502). Si un cambio λ está usándose, nosotros podemos asumir que $\alpha = \lambda(a)$ es la imagen cambiada de algún punto *a*.

[0084] **Clave Privada para la Autoridad de confianza.** Un eficientemente calculado $\bar{\varnothing}$.

[0085] Por ejemplo, datos encriptados de Bob para Alice pueden así:

[0086] **Clave pública para Alice**: $T \in E_2$ se proporciona, por ejemplo, vía el mapeo al punto de la función $ID \rightarrow T$ (502) por una autoridad de confianza (u otra entidad tal como laparte receptora).

[0087] **Clave Privada para Alice:** $S = \bar{\varnothing}(T)$. Note que el atacante para conseguir rapidamente un clave para cada cliente tomaría tiempo similar para la interrupción global en el sistema de firmas (discutido anteriormente). como resultado, estos sistemas pueden también ser llamados sistemas de segundo grado.

[0088] **Encripción por Bob.** Calcule ALICE –> *T* (fase 504 que encripta un mensaje con la clave pública generada). Permita el mensaje ser m. Escoja r un entero aleatorio. Envíe a Alice el par (506):

$[m \oplus H(e(\beta, rT)), r\alpha]$

[0089] **Descencripción por Alice.** Permita el texto cifrado ser *[c,T]*. El mensaje encriptado enviado se descifra (508) usando una clave privada (510) proporcionada por una autoridad de confianza (u otra entidad como una parte receptora) después de la identificación conveniente. Como resultado, el texto claro es:

$c \oplus H(e(r\alpha, S))$

[0090] Esto funciona porque la cantidad a ser detallada en la fase de encripción es:

$e(\beta, rT)) = e(\varnothing(\alpha), rT) = e(\alpha, \bar{\varnothing}(rT))) = e(\alpha, r\,\bar{\varnothing}(T)) = e(\alpha, rS) = e(r\alpha, S)$

[0091] El cual es iguala la cantidad siendo detalla en la fase de descencripción. Un isógeno puede representarse como se discute abajo (por ejemplo, para usar un acercamiento probabilístico involucrando una tabla de entadas).

[0092] **ESPECIFICANDO UN ISOGENO**

[0093] • Si el isogeny es plano, puede representarse como una composición de isógenos de grado pequeño dada por un programa de línea recta que representa cálculos polinomiales. Para las curvas sobre las extensiones de interés, una mesa pequeña de pares de entrada-salida están en una implementación.

[0094] Tomando $End(E) = End_{\bar{k}}(E)$, pueden considerarse extensiones finitas de k y las extensiones pueden ser especificadas como apropiadas los specified. En una implementación, un isógeno se especifica por su acción sobre el grupo de puntos sobre algunas extensiones finitas del terreno de campo. Note que dos isógenos pueden coincidi con algunas extensiones, pero pueden ser distintos en un campo más grande. De esta forma basta especificar $\varnothing$ en un conjunto de generadores S. Generalmente, el grupo es cíclico, o como anteriormente $/S/ = 2$. No es considerado fácil de encontrar los generadores, pero uno puede escoger aleatoriamente *S*.

[0095] Más particulariy, como un grupo de Abelian *E(k)* (la llamada k es un campo finito de elementos *q*) es isomórfico a *Z/mZ x Z/nZ* dónde mn = #E(k), además $n \mid D$, $D = (el\ mn, q - 1)$. Uno puede calcular el mn = #E(k) usando el

algoritmo de Schoofs y si la factorización de *D* es conocida, *n* puede ser obtenida usando un algoritmo polinomial aleatorio de tiempo. Si $\bar{P}$ y $\bar{Q}$ son de orden *n y m* respectivamente tal que cualquier punto puede escribirse como $a\ \bar{P} + b\ \bar{Q}$, ellos se llaman los generadores en el formulario del escalón y un $0(q^{1/2+\varepsilon})$ el algoritmo puede usarse para construirlos.

[0096] Retornando a selecciones aleatorias (Erdos-Renyi), permita a G ser un grupo finito de Abelian $g_1,,,,,,,g_k$ -, elementos aleatorios de G. Existe una constante pequeña *c*, tal que sus sumas del subconjunto están casi uniformemente distribuidas sobre G, si k>=c log | G .

En particular, el g puede generar G. para reducir el tamaño de la tabla, uno puede usar un su fortaleciendo del subconjunto pesado de sumas en lugar del subconjunto de sumas cuando el orden de grupo es primero. Esto se extiende a los órdenes arbitrarios con alguna pérdida pequeña de parámetros.

[0097] Es más, la estructura de *E(k)* puede usarse para obtener la información más detallada. Uno puede escoger puntos aleatorios $P_i, i <= 2$ y las escribe como $P_i=a_i\ \bar{P}+b_i\ \bar{Q}$. Más particularmente, uno puede expresar cada uno de los escalones generados por combinaciones lineales de P_i si la matriz

$$\begin{matrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

es invertible en modo m. Note que n | m). Cuando esto pasa, {P_i} genera el grupo. Note que la probabilidad (ambos P_1 y P_2) falla en el grupo xor $\bar{P}$ es m^{-2}. Similarmente, la probabilidad para el grupo generado por le. Así, cualquiera de estos dos eventos no pasan con la probabilidad $- n^{-2}) = 1 + (\#E^{-2} - (m^{-2} + n^{-2})$.

[0098] **IMPLEMENTACION DE HARDWARE**

[0099] La fig. 6 ilustra una computadora general del ambiente 600 que puede usarse para llevar a cabo las técnicas descriats aquí dentro. Por ejemplo, la computadora del ambiente 600 puede utilizarse para ejecutar instrucciones asociadas con la realización de las tareas discutidas con referencia a las figuras anteriores. Además, cada entidad discutida aquí dentro (e.g -, con respecto a las figs. 1, 3, y 5 como la parte confiada, la aprte receptora, y/o la parte) puede cada uno tener el acceso a un ambiente de la computadora general.

[00100] La computadora del ambiente 600 es el único ejemplo de un ambiente de cómputo y no se piensa que sugerir cualquier limitación acerca del use del alcance o funcionalidad de la computadora y arquitectura de la red. Ninguno interpretraría la computadora del ambiente 600 como teniendo cualquier dependencia o requerimiento relacionando a cualquier combinación de componentes ilustrados en la computadora ejemplar del ambiente 600.

[00101] La computadora de ambiente 600 incluye un dispositivo de informática de uso general en el formulario de una computadora 602. Los componentes de la computadora 602 pueden incluir, pero no se limita a, uno o más procesadores o unidades de proceso 604 (opcionalmente incluyendo un procesador criptográfico o co-procesador), un sistema de memoria 606, y un sistema de bus 608 se acopla a varios componentes del sistema incluso el procesador 604 al sistema memoria 606.

[00102] El bus del sistema 608 representa uno o más de cualquiera de varios tipos de estructuras de bus, incluso un bus de memoria o controlador de memoria, un bus periférico, un puerto acelerador de gráficos, y un procesador o bus local que usa cualquiera de una variedad de arquitecturas del bus. A modo ejemplo, tales arquitecturas pueden incluir un bus de la Arquitectura Normal de Industria (ISA), un bus de Arquitectura de Micro Canal (MCA), un bus ISA extendido (EISA), una Asociación de Normas Electrónicas de Video (VESA) el bus, y un Componente Periférico de Interconexion (PCI) el también el bus conocido como bus del Entresuelo (Mezzanine Bus).

[00103] La computadora 602 incluye una variedad de medios de comunicación típicamente legibles por una computadora. Tales medios de comunicación pueden ser cualquier medio de comunicación disponible que es accesible por la computadora 602 e incluye los medios de comunicación volátiles y no-volátiles, los medios de comunicación removibles y no-removibles.

[00104] El sistema de memoria 606 incluye los medios de comunicación legibles por computadora en la forma de memoria de volátil, como la memoria de acceso aleatorio (RAM) 610, y/o la memoria no-volátil, como la memoria de solo lectura (ROM) 612. Un sistema del entrada/salida básico (BIOS) 614, conteniendo las rutinas básicas que ayudan a transferir la información entre los elementos dentro de la computadora 602, tal como durante el arranque, se guarda en ROM 612. La RAM 610 contiene los datos y/o módulos del programa que son inmediatamente accesible a y/o presentemente operados por la unidad de proceso 604 típicamente.

[00105] La computadora 602 puede incluir otros medios de comunicación de almacenamiento de computadora removible/no-removible, volátil/no-volátilA manera de ejemplo, la Fig. 6 ilustra una unidad de disco duro 616 para leer desde y escribir hacia un medio de comunicación magnéticos removible, no-volátil (no mostrado), una unidad de disco magnética 618 para leer desde y escribir hacia un disco magnético trasladable 620, no-volátil (por ejemplo, un "disco flexible"), y una unidad de disco 622 óptica para leer desde y/o escribir hacia un disco óptico 624 removible, no-volátil como un CD-ROM, DVD-ROM, u otros medios de comunicación ópticos. La unidad de disco duro 616, la unidad de disco magnética 618, y la unidad de disco óptica 622 están cada uno conectados al sistema de bus

608 por uno o más medios de comunicación de la interfase de datos 626. Altemativamente, al unidad de disco duro 616, la unidad de disco magnética 618, y la unidad de disco óptico 622 puede conectarse al sistema de bus 608 por una o más interfases (no mostradas).

[00106] Las unidades de disco y sus medios de comunicación legibles por computadora asociados proporcionan almacenamiento no-volátil de instrucciones de computadora-legíble, los datos de estructura, módulos del programa, y otros datos para computadora 602, Aunque el ejemplo ilustra un disco duro 616, un disco magnético 620 removible, y un disco óptico 624 removible, es importante que otros tipos de medios de comunicación legibles por computadora que pueden guardar datos que son accesibles por una computadora, como cassettes magnéticos u otros dispositivos de almacenamiento magnéticos, las tarjetas de memoria flah, CD-ROM, los discos versátiles digitales (DVD) u otro almacenamiento óptico, la memoria de acceso aleatorio (RAM), memoria de solo lectura (ROM), la memoria eléctricamente borrable programable (EEPROM), y similares, pueden ser también implementadas para llevar a cabo el sistema del ambiente computmg ejemplar.

[00107] Cualquier número de módulos programables pueden guardarse en el disco duro 616, el disco magnético 620, el disco óptico 624, ROM 612, y/o RAM 610, mientras incluyendo a manera de ejemplo, un sistema operativo 626, una o más aplicaciones del programa 628, otro módulo de programa 630, y programa de datos 632. Cada uno de tales sistemas operativo 626, una o más aplicaciones del programa 628, otro programa de módulos 630, y programa de datos 632 (o alguna combinación de estos) pueden implementar todos o parte de componentes residentes que apoyan el sistema de archivos distribuídos.

[00108] Un usuario puede entrar comandos e información en la computadora 602 a través de los dispositivos de entrada como un teclado 634 y un dispositivo apuntador 636 (e.g -, un "ratón"). Otra entrada a los dispositivos 638 (no mostrada específicamente) puede incluir un micrófono, la palanca de mando, el cojjín de juego, el plato del satélite, el puerto de serie, el escáner, y/o similares. Se conectan éstos y otros dispositivos de entrada a la unidad de proceso 604 vía la entada/salida de las interfases 640 quie se acoplan al sistema de bus 608, pero puede conectarse por otra interfaz y estructuras del autobús, como un puerto paralelo, puerto listo, o un autobús de serie universal (USB).

[00109] Un monitor 642 u otro tipo de dispositivo de pantalla pueden ser conectados al sistema de bus 60S vía una interfase, como un adaptador de video 644. Además del monitor 642, otros dispositivos periféricos pueden incluir los componentes como los parlantes (no mostrado) y una impresora 646 que puede conectarse a computadora 602 vía la entrada/salida une 640.

[00110] La computadora 602 puede operar en un ambiente conectado en red de computadoras que usan las conexiones lógicas a uno o más computadoras

remotas, como un dispositivo de cómputo remoto 648. A manera de ejemplo, el dispositivo de cómputo remoto 648 puede ser una computadora personal, un computador portátil, un servidor, un enrutador, una computadora de la red, un dispositivo par u otro nodo de la red común, una consola de juego, y similares. El dispositivo de cómputo remoto 648 está ilustrado como una computadora portátil que puede incluir muchos o todos los elementos de las características descritas aquí relacionadas con la computadora 602.

[00111] Las conexiones lógicas entre la computadora 602 y la computadora remota 648 son representadas como una red de área local (LAN) 650 y un red de área amplia general conectada (WAN) 652. Tales ambientes de gestión de redes son comúnes en las oficinas, redes de computadoras de empresa grande, intranets, y la Internet.

[00112] Cuando se implementa un ambiente de RED LAN, la computadora 602 se conecta a una red local 650 a través de una interfase de red o adaptador 654. Cuando se implementa un ambiente de red WAN, la computadora 602 incluye un módem 656 u otro medio típico para establecer las comunicaciones sobre la red amplia 652. El módem 656 puede ser interno o externo para la computadora 602, que puede conectarse al sistema de bus 608 vía las interfases de entrada/salida 640 u otros mecanismos apropiados. Se debe apreciar que las conexiones de red ilustradas son ejemplos y que otros medios de establecer enlaces de comunicación entre las computadoras 602 y 648 pueden emplearse.

[00113] En un ambiente conectado de red de computadoras, como está ilustrado con el ambiente cómputo 600, los módulos del programa representados relacionados a la computadora 602, o partes de eso, pueden guardarse en un dispositivo de almacenamiento de memoria remota. A manera de ejemplo, la aplicación remota del programa 658 reside en un dispositivo de memoria de computadora remota 648. Para los propósitos de ilustración, la aplicación del programa ilustra otros componentes del programa ejecutables como el sistema operativo aquí dentro como los bloques discretos, aunque se reconoce que tales programas y componentes residen en varios momentos en componentes de almacenamiento diferentes del dispositivo de cómputo 602, y son ejecutados por los procesadores (de datos) de la computadora.

[00114] Pueden describirse varios módulos y técnicas aquí dentro en el contexto general de instrucciones de computadora ejecutables, como los módulos de programa, ejecutado por uno o más computadoras u otros dispositivos. Generalmente, los módulos del programa incluyen las rutinas, programas, los objetos, los componentes, la estructura de datos, etc. que realizan tareas particulares o implementan tipos de datos abstractos particulares. Típicamente, la funcionalidad del programan puede combinarse o distribuirse como se desee en varias implementaciones.

[00115] Una implementación de estos módulos módulos y técnicas pueden guardarse o transmitirse por algún formulario de medios de comunicación legibles por computadora. Los medios de comunicación legibles por computadora pueden ser cualquier medios de comunicación que se puede accederse por una computadora. A manera de ejemplo, y sin limitación, los medios legibles por computadora comprenden: "medios de almacenamiento de cómputo" y "medios de comunicación."

[00116] Los "medios de almacenamiento de computadora" incluyen medios volátiles y no-volátiles, removibles y no-removibles implementados en cualquier método o tecnología para el almacenamiento de información tales como las instrucciones legibles por computador, la estructura de datos, los módulos del programa, u otros datos. Los medios de almacenamiento de computadora incluyen, pero no se limitan a, RAM, ROM, EEPROM, memoria flash u otra tecnología de memoria, CD-ROM, los discos versátiles digitales (DVD) u otro almacenamiento óptico, los cassettes magnéticos, cinta magnetofónica, almacenamiento de disco magnético u otros dispositivos del almacenamiento magnéticos, o cualquier otro médio que puede usarse para guardar la información deseada y qué puede accederse por una computadora.

[00117] Los "medios de comunicación " incluyen instrucciones legibles por computador, estructuras de datos, módulos de programa, u otros datos en una señal modulada de datos, como una onda portadora u otro mecanismo de transporte. Los medios de comunicación incluyen cualquier medio de comunicación de entrega de información. El término "señal de datos modulada" significa una señal que tiene una o más de un conjunto de características cambiadas de tal manera que codifica la información en la señal. A manera de ejemplo, y sin limitación, los medios de comunicación incluyen los medios de comunicación cableados como una red alambrada o conexión directa cableada, y los medios de comunicación inalámbricos como la acústica, la frecuencia de radio (RF), infrarrojo (IR), fidelidad inalámbrica (e.g -, IEEE 802-11b - las redes inalámbricas) (Wi-Fi), el celular, Bluetooth habilitado, y otros medios de comunicación inalámbricos. Las combinaciones de cualquiera de los anteriores están también incluidos dentro del alcance de medios de comunicación legibles por computadora.

[00118] **CONCLUSIÓN**

[00119] Aunque la invención se ha descrito en el idioma específico a las características estructurales y/o los actos metodológicos, será entendido que la invención definida en las demandas adjuntas necesariamente no se limitan a los rasgos específicos o actos descritos. Más bien, las características específicas y los actos descubren como las formas ejemplares de llevar a cabo la invención demandada. Por ejemplo, las curvas elípticas discutidas aquí dentro son un caso uni-dimensional de variedades de Abelian. También, pueden usarse los isogenos en otras aplicaciones como las firmas invisibles, sistemas jerárquicos, y similares.

Tales como, las técnicas descritas aquí dentro pueden ser aplicadas a la dimensión más alta de las variedades de Abelian.

DEMANDAS

Lo que se exige es:

1. Un método comprende:
generando un isógeno que traza una pluralidad de puntos desde una primera curva elíptica hacia una segunda curva elíptica;
publicando una clave pública que corresponde al isógeno;
encriptando un mensaje que usa una clave de encriptación que corresponde al isogeny;and
que descifra el mensaje encriptado que usa una clave de descencriptación correspondiendo al isogeny.

2. Un método como el citado por la demanda1, en qué por lo menos una clave de encriptación o de descencriptación es una clave privada, la clave privada siendo un isógeno dual del isógeno.

3. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el isógeno se genera usando una técnica seleccionada de un grupo que comprende una generación *múltiple compleja, una generación modular, una generación linealmente* independiente, y combinaciones de ellas.

4. Un método como el citado por la demanda 1, en donde los mapas generanuna pluralidad de puntos de una primera curva elíptica hacia una pluralidad de curvas elípticas.

5. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el descifrar se realiza por apareamiento bilineal.

6. Un método como el citado por la demanda 5, en donde el apareamiento bilineal es un apareamiento seleccionado de un grupo que comprende apareamiento Weil, apareamiento Tate, apareamiento cuadrado.

7. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el método es aplicado utilizando las variaciones de Abelian.

8. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el método señala el mensaje.

9. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el método proporciona la identidad basada en la encriptación.

10. Un método como recitado por demanda 1, comprismg del fürther que compone una pluralidad de isogenies modular para proporcionar el isogeny sin revelar cualquier curva del intermedíate.

10. Un método como el citado por la demanda 1, además comprende el uso de un mapa de rastro con base en un campo para acortar los puntos en una curva elíptica trazados por el isógeno.

11. Un método como el citado por la demanda 1, además comprende el uso de un mapa de rastro para acortar los puntos en una variación de Abelian.

12. Un método comprende:

La publicación de una clave pública que corresponde a un isógeno que traza una

pluralidad de puntos una primera curva elíptica hacia una segunda curva elíptica; y

descifra un mensaje encriptado que usando una clave de descencripción que corresponde al isógeno.

13. Un método como el citado por la demanda 13, en donde la clave de descencripción es un isógeno dual del isogeny.

15. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el isógeno se genera usando una técnica seleccionada de una generación de multiplicación compleja comprendiendo, la generación modular, la generación independiente lineal, y sus combinaciones.

16. Un método como el citado por la demanda 13, en donde del isógeno traza una pluralidad de puntos de una primera curva elíptica hacia una pluralidad de curvas elípticas.

17. Un método como el citado por la demanda 13, en donde la descencripción es realizado por apareamiento bilineal.

18. Un método como el citado por demanda 17, en donde el apareamiento bilineal es un grupo seleccionado que comprende apareamiento de Weil, apareamiento de Tate y apareamiento cuadrado.

19. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el método es aplicado usando variaciones de Abehan.

20. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el método señala el el mensaje.
21. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el método proporciona la identidad basado en la encriptación.

22. Un método como el citado por la demanda 13, además comprende el uso de un mapa de rastro bajo hacia un campo base para acortar los puntos en una curva elíptica trazaronda por el isógeno.

23. Un sistema Comprende:
Un primer procesador;
Un primer sistema de memoria acoplado al primer procesador, el primer sistema de memoria almacenando una clave pública correspondiente a un isógeno que rastrea un pluralidad de puntos de una primera curva elíptica sobre una segunda curva elíptica;

Un segundo procesador;
Un segundo sistema de memoria acoplado al segundo porocesador, el segundo sistema de memoriaalmacenando un mensaje encriptado y una clave de descencipción correspondiente al isógeno para descencriptar el mensaje encriptado,
En donde el mensaje encripatdo es encriptado usando la clave de encripción.

24. Un sistema como el citado por la demanda 23, en donde al menos una de las claves de encripción o de descencripción es una clave privada, la clave privada siendo un isógeno dual del isógeno.

25. Un sistema como el citado por la demanda 23, en donde el isógeno rastrea un pluralidad de puntos de una primera curva elíptica sobre una pluralidad de curvas elípticas.

25. Un sistema como el citado por la demanda 23, en donde la descencripción es realizada por apareamiento bilineal.

27. Un sistema como el citado por demanda 26, en donde el apareamiento bilinear es un apareamiento seleccionado de un apareamiento Weil, apareamiento Tate apareando, y apareamiento cuadrado.

28. Uno o más medios de comunicación legibles por una computadora que tienen instrucciones almacenadas al punto que, cuando se ejecutan directamente una máquina realiza actos que comprenden:

publicación de una clave pública que corresponde a un isógeno que traza una pluralidad de puntos de una primera curva elíptica hacia una segunda curva elíptica; y

descifrando un mensaje encriptado que usando una clave de descencripción que corresponde al isógenó.

29. Uno o más medios legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde la clave de encripción es una clave privada, la clave privada siendoun isígeno dual del isógeno.

30. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde el isógeno se genera usando una técnica seleccionada de un grupo de que comprende una generación múltiple compleja, la generación modular, generación independiente lineal, y combinaciones de estas.

31. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde el isógeno traza una pluralidad puntos de una primera curva elíptica sobre una pluralidad de curvas elípticas.

32. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde la descencripción es realizada por el apareamiento bilineal.

33. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 32, en donde el apareamiento bilineal es un apareamiento seleccionado de un grupo que comprende apareamiento Weil, apareamiento Tate y apareamiento cuadrado.

34. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde las acciones son aplicadas usando variacions de Abelian.

35. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, además comprende el uso de un mapa de rastro bajo hacia un campo base para acortar los puntos en una curva elíptica trazaronda por el isógeno.

36. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde las acciones además conforman una composición de una pluralidad de isógenos modulares para proporcionar el isógeno sin revelar curvas intermedias.

37. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde las acciones además conforman un mapa de rastreo para acortar puntos sobre una variación de Abelian.

221
212

38. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde las acciones señalan el mensaje.

39. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde los actos proporcionan la identidad basado en la encripción.

EL USO DE ISOGENOS PARA EL DISEÑO DE CRIPTOSISTEMAS

Se descubren las técnicas para proporcionar los sistemas de encriptación de clave pública. Más particularmente, isogenos de variaciones de Abelian (por ejemplo, las curvas elípticas en casos unidimensionales) son utilizados para proporcionar sistemas de encripción de clave pública. Por ejemplo, los isogenos permiten el uso de curvas múltiples en lugar de una sola curva para proporcionar la encriptación más segura. Las técnicas pueden aplicarse a las firmas digitales y/o identidad basada en las soluciones de encriptación (IBE). Además, los isogenies pueden usarse en otras applicaciones como las firmas invisibles, los sistemas jerárquicos, y similares. Adicionalmente, se descubren las soluciones para la generación de isogenos.

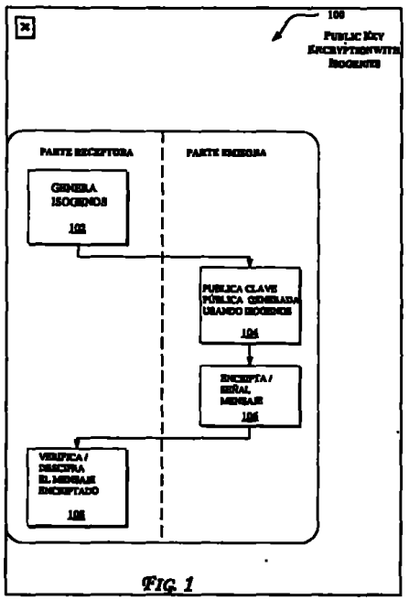
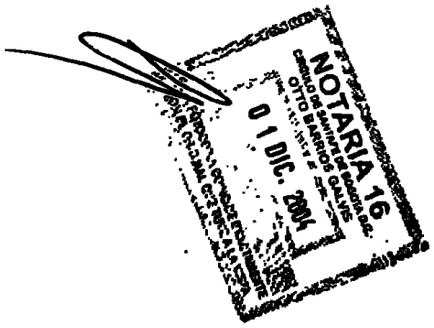

100
PUBLIC KEY ENCRYPTION WITH ISOGENIES
PARTE RECEPTORA
PARTE EMISORA
GENERA ISOGENIAS
102
PUBLICA CLAVE PÚBLICA GENERADA USANDO ISOGENIAS
104
ENCRIPTA / SEÑAL MENSAJE
106
VERIFICA / DESCIFRA EL MENSAJE ENCRIPTADO
108

FIG. 1


NOTARIA 16
01 DIC. 2004

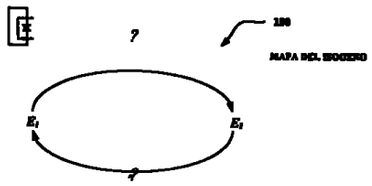

100
MAPA DEL EOCENO

FIG. 2

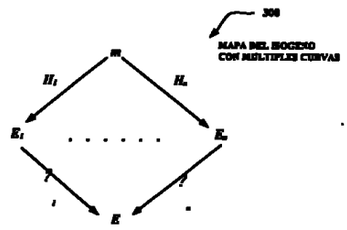
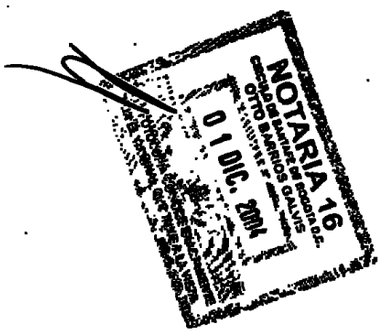

300
MAPA DEL EOCENO
CON MULTIPLES CURVAS

FIG. 4


NOTARIA 16
01 DIC. 2004

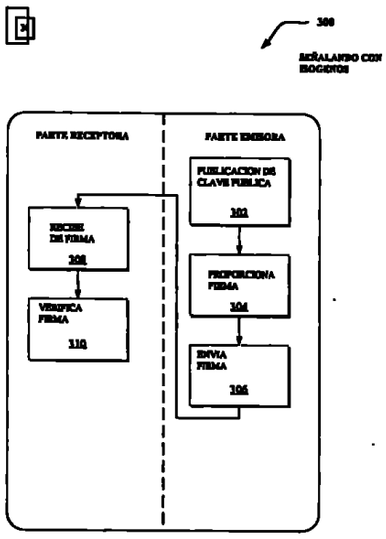
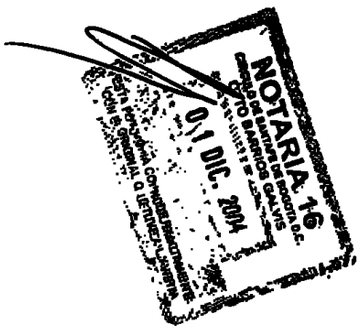

300
SEÑALANDO CON
HOGEDOS
PARTE RECEPTORA
PARTE EMISORA
PUBLICACION DE
CLAVE PUBLICA
302
RECIBE
DE FIRMA
308
PROPORCIONA
FIRMA
304
VERIFICA
FIRMA
110
ENVIA
FIRMA
306

FIG. 3


NOTARIA 16
01 DIC. 2004

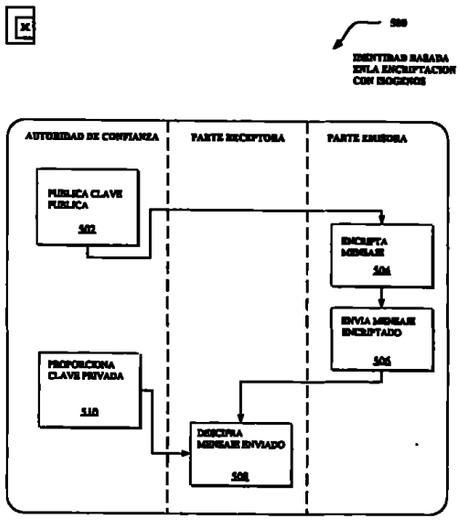
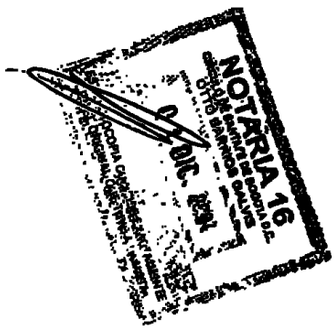

500
IDENTIDAD BASADA EN LA ENCRIPTACION CON ISOGENOS
AUTORIDAD DE CONFIANZA
PARTE RECEPTORA
PARTE EMISORA
PUBLICA CLAVE PUBLICA
502
ENCRIPTA MENSAJE
504
ENVIA MENSAJE ENCRIPTADO
506
PROPORCIONA CLAVE PRIVADA
510
DESCIFRA MENSAJE ENVIADO
508

FIG. 5


NOTARIA 16
DEL DISTRITO FEDERAL

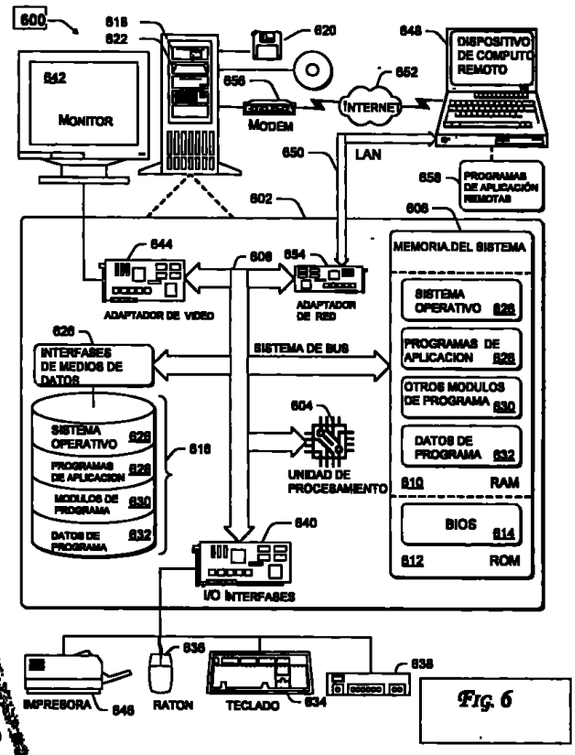


Fig. 6

DEMANDAS

Lo que se exige es:

1. Un método comprende:

generando un isógeno que traza una pluralidad de puntos desde una primera curva elíptica hacia una segunda curva elíptica;

publicando una clave pública que corresponde al isógeno;

encriptando un mensaje que usa una clave de encriptación que corresponde al isogeny;and

que descifra el mensaje encriptado que usa una clave de descencriptación correspondiendo al isogeny.

2. Un método como el citado por la demanda1, en qué por lo menos una clave de encriptación o de descencriptación es una clave privada, la clave privada siendo un isógeno dual del isógeno.

3. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el isógeno se genera usando una técnica seleccionada de un grupo que comprende una generación múltiple compleja, una generación modular, una generación linealmente independiente, y combinaciones de ellas.

4. Un método como el citado por la demanda 1, en donde los mapas generanuna pluralidad de puntos de una primera curva elíptica hacia una pluralidad de curvas elípticas.

5. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el descifrar se realiza por apareamiento bilineal.

6. Un método como el citado por la demanda 5, en donde el apareamiento bilineal es un apareamiento seleccionado de un grupo que comprende apareamiento Weil, apareamiento Tate, apareamiento cuadrado.

7. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el método es aplicado utilizando las variaciones de Abelian.

8. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el método señala el mensaje.

9. Un método como el citado por la demanda 1, en donde el método proporciona la identidad basada en la encriptación.

10. Un método como recitado por demanda 1, comprismg del fürther que compone una pluralidad de isogenies modular para proporcionar el isogeny sin revelar cualquier curva del intermedíate.

10. Un método como el citado por la demanda 1, además comprende el uso de un mapa de rastro con base en un campo para acortar los puntos en una curva elíptica trazados por el isógeno.

11. Un método como el citado por la demanda 1, además comprende el uso de un mapa de rastro para acortar los puntos en una variación de Abelian.

12. Un método comprende:

La publicación de una clave pública que corresponde a un isógeno que traza una

pluralidad de puntos una primera curva elíptica hacia una segunda curva elíptica; y

descifra un mensaje encriptado que usando una clave de descencripción que corresponde al isógeno.

13. Un método como el citado por la demanda 13, en donde la clave de descencripción es un isógeno dual del isogeny.

15. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el isógeno se genera usando una técnica seleccionada de una generación de multiplicación compleja comprendiendo, la generación modular, la generación independiente lineal, y sus combinaciones.

16. Un método como el citado por la demanda 13, en donde del isógeno traza una pluralidad de puntos de una primera curva elíptica hacia una pluralidad de curvas elípticas.

17. Un método como el citado por la demanda 13, en donde la descencripción es realizado por apareamiento bilineal.

18. Un método como el citado por demanda 17, en donde el apareamiento bilineal es un grupo seleccionado que comprende apareamiento de Weil, apareamiento de Tate y apareamiento cuadrado.

19. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el método es aplicado usando variaciones de Abehan.

20. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el método señala el el mensaje.

21. Un método como el citado por la demanda 13, en donde el método proporciona la identidad basado en la encriptación.

22. Un método como el citado por la demanda 13, además comprende el uso de un mapa de rastro bajo hacia un campo base para acortar los puntos en una curva elíptica trazaronda por el isógeno.

23. Un sistema Comprende:

Un primer procesador;

Un primer sistema de memoria acoplado al primer procesador, el primer sistema de memoria almacenando una clave pública correspondiente a un isógeno que rastrea un pluralidad de puntos de una primera curva elíptica sobre una segunda curva elíptica;

Un segundo procesador;

Un segundo sistema de memoria acoplado al segundo porocesador, el segundo sistema de memoriaalmacenando un mensaje encriptado y una clave de descencipción correspondiente al isógeno para descencriptar el mensaje encriptado,

En donde el mensaje encripatdo es encriptado usando la clave de encripción.

24. Un sistema como el citado por la demanda 23, en donde al menos una de las claves de encripción o de descencripción es una clave privada, la clave privada siendo un isógeno dual del isógeno.

25. Un sistema como el citado por la demanda 23, en donde el isógeno rastrea un pluralidad de puntos de una primera curva elíptica sobre una pluralidad de curvas elípticas.

26. Un sistema como el citado por la demanda 23, en donde la descencripción es realizada por apareamiento bilineal.

27. Un sistema como el citado por demanda 26, en donde el apareamiento bilinear es un apareamiento seleccionado de un apareamiento Weil, apareamiento Tate apareando, y apareamiento cuadrado.

28. Uno o más medios de comunicación legibles por una computadora que tienen instrucciones almacenadas al punto que, cuando se ejecutan, directamente una máquina realiza actos que comprenden:
publicación de una clave pública que corresponde a un isógeno que traza una pluralidad de puntos de una primera curva elíptica hacia una segunda curva elíptica; y

descifrando un mensaje encriptado que usando una clave de descencripción que corresponde al isógenó.

29. Uno o más medios legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde la clave de encripción es una clave privada, la clave privada siendoun isígeno dual del isógeno.

30. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde el isógeno se genera usando una técnica seleccionada de un grupo de que comprende una generación múltiple compleja, la generación modular, generación independiente lineal, y combinaciones de estas.

31. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde el isógeno traza una pluralidad puntos de una primera curva elíptica sobre una pluralidad de curvas elípticas.

32. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde la descencripción es realizada por el apareamiento bilineal.

33. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 32, en donde el apareamiento bilineal es un apareamiento seleccionado de un grupo que comprende apareamiento Weil, apareamiento Tate y apareamiento cuadrado.

34. Uno o más medios de comunicación legibles por computador como el citado por la demanda 28, en donde las acciones son aplicadas usando variacions de Abelian.

35. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, además comprende el uso de un mapa de rastro bajo hacia un campo base para acortar los puntos en una curva elíptica trazaronda por el isógeno.

36. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde las acciones además conforman una composición de una pluralidad de isógenos modulares para proporcionar el isógeno sin revelar curvas intermedias.

37. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde las acciones además conforman un mapa de rastreo para acortar puntos sobre una variación de Abelian.

38. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde las acciones señalan el mensaje.

39. Uno o los medios de comunicación más computadora-leíbles como recitado por demanda 28, en donde los actos proporcionan la identidad basado en la encripción.

227

Industria y Comercio

SUPERINTENDENCIA

2° EXAMEN DE FORMA, PATENTE DE INVENCION

Radicación N° **04-94973** Folio 230

Concepto Técnico N° **738**
Clasificación Internacional de Patentes: **H04K 1/00**

Practicado el examen de acuerdo a lo establecido en el Art. 38 de la Decisión 486, se determinó que esta solicitud de **Patente:**

SI [✓] NO [ ] Contiene un resumen de la invención (Art. 26-e)

SI [✓] NO [ ] Contiene el título o nombre de la invención (Art. 27-d)

SI [✓] NO [ ] Contiene la descripción de la invención (Art. 26-b)

SI [ ] NO [ ] NO ES APLICABLE [✓] Contiene los dibujos necesarios para comprender la invención (Art. 26-d)

SI [✓] NO [ ] Contiene una o más reivindicaciones (Art. 26-c)

SI [ ] NO [ ] NO ES APLICABLE [✓] Han sido desarrollados los productos a partir de recursos genéticos o de sus productos derivados de los que cualquiera de los Países Miembros es país de origen (Art. 26-h)

SI [ ] NO [ ] NO ES APLICABLE [✓] Los productos y o procedimientos han sido obtenidos o desarrollados a partir a partir de los conocimientos tradicionales de las comunidades indígenas, afro americanas, o locales de los Países Miembros, de acuerdo a lo establecido en la Decisión 391 y sus modificaciones y reglamentaciones vigentes (Art. 26-i)

SI [ ] NO [✓] La invención se refiere a un producto relativo a un material biológico (Art. 26-j)

SI [✓] NO [ ] NO ES APLICABLE [ ] La prioridad coincide con la materia reivindicada.

SI [✓] NO [ ] CUMPLE LOS REQUISITOS TÉCNICOS

OBSERVACIONES Y OTROS: SI [ ] NO [ ] Ver hoja(s) anexa(s)

EXAMINADOR TÉCNICO: 202051

Bogotá D C, septiembre 30 de 2005.

Industria y Comercio

Folio 237 228

2020
Bogotá D C

Doctor(a):
DARIO CARDENAS NAVAS.
Apoderado (a)

REFERENCIA:	Radicación N°	04-94973
	Trámite	002
	Evento	001
	Actuación	416
	Oficio N°	992
	Folios	001

Teniendo en cuenta que la solicitud de privilegio de patente que se tramita bajo el expediente indicado en la referencia, reúne los requisitos de forma establecidos en los artículos 26 y 27 de la Decisión 486, de la Comisión de la Comunidad Andina, y en las demás disposiciones vigentes sobre la materia, se envía el extracto de la solicitud a la oficina de comunicaciones para efecto de su publicación en la Gaceta de Propiedad Industrial, conforme lo establece el artículo 40 de la Decisión 486, a **partir del 23 de marzo de 2006.**

Cúmplase
Dado en Bogotá D C, 04 OCT. 2005

ALIX CARMENZA CÉSPEDES DE VERGEL
Jefe División de Nuevas Creaciones.

202051