

EL CONTADOR

RESUMEN

Es un juego a través del cual se aprende Matemática experimentando, construyendo, jugando y razonando, es decir, invitando al estudiante-jugador a amar el arte de pensar, que a su vez es un peldaño a tener en ese camino que conduce a la abstracción, máximo estribo del pensamiento. Se inicia por conceptos como: contar, descomponer, leer, escribir, valor posicional y las cuatro operaciones básicas suma, resta, multiplicación y división dentro de los números naturales y decimales. El alumno tendrá la posibilidad de deducir algoritmos diferentes a los tradicionales, por denominarlos de alguna forma, por cuanto son los que con frecuencia aparecen en el argot de los maestros en Colombia, pero también podrán aprehender los procedimientos más comunes que se manejan y se conocen para estas operaciones, no existiendo para ello, como reiteradamente tengo que puntualizar, ni la memorización, ni el aprendizaje, ni la repetición memorística como lo hacen los loros, solo bastan las reglas del juego, los billetes y el contador.

Los billetes representan una forma de tener en las manos los números naturales y decimales, casi de manera “real”, puesto que, al igual que todo el contenido de la Matemática es una abstracción de la mente, proceso exclusivo del homo sapiens.

Penetrando un poco más en el lenguaje de ésta ciencia, nos encontramos en este juego con muchos otros conceptos de igual importancia, que deben ser transitados, que nos inspiran y nos llevan por un sendero hacia el manejo del lenguaje propio de esta ciencia y que son a su vez, “piezas” vitales dentro del desarrollo del pensamiento; algunos de ellos son: ordenar, clasificar y las propiedades de las operaciones. Por otro lado tenemos: las unidades, decenas, décimas, centésimas, etc., y conversión mutua entre ellas.

DESCRIPCIÓN

El contador es un juego compuesto de una caja con 6 o más casillas, acompañado de “billetes” semejando los números naturales y decimales de nuestro sistema INDÚ-ARÁBIGO (su diagramación contiene aspectos culturales del departamento del Huila). Unas de estas casillas (las de color negro) corresponden a la parte entera, y las otras (las de color rojo), a la parte decimal de un número. El número de casillas se manejarán de acuerdo al tamaño de los números. Si tenemos por ejemplo, el número 21587.59, se necesitan 5 casillas negras y 2 rojas. El tamaño de las casillas se hace de acuerdo al tamaño de los billetes. El material para los billetes es el papel, y para la caja del contador: madera, cartón paja, cartulina, cartón u otro material un poco resistente por cuanto va a hacer manipulado por niños muchas veces.

El contador se puede construir y presentarlo doblado de tal manera que, al desdoblarlo se arme la “caja”.

La idea surge después de estudiar y practicar con los ábacos tradicionales que se encuentran en el mercado: el cerrado y el abierto.

Los ábacos cerrados, presentan ciertas dificultades comparadas con nuestro sistema de numeración Indú-Arábigo, lectura y escritura. Estos ábacos por cada varilla permiten un número finito de 10 a 20 bolitas máximo; y las varillas están dispuestas de manera horizontal

en donde, la de abajo corresponde a las unidades, la siguiente en orden ascendente corresponde las decenas, y así sucesivamente se continúa subiendo hasta llegar a la de mayor denominación.

En nuestro sistema de numeración, las unidades están a la derecha y avanzamos hacia la izquierda encontrándonos con las decenas, luego con las centenas, hasta llegar a las de mayor denominación.

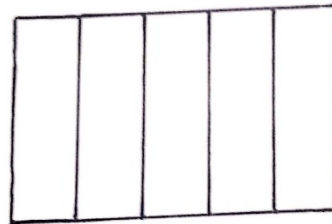
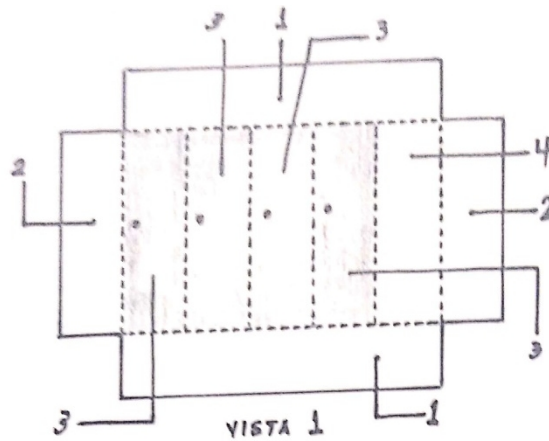
Por otro lado en los ábacos abiertos, la posición de las varillas coincide con el sistema nuestro de numeración, es decir, son verticales, y se le pueden insertar un número pequeño de bolitas.

Para estos ábacos, 10 bolitas en una varilla cualquiera, equivalen a una bolita en la varilla inmediatamente superior y una bolita en una varilla cualquiera, equivale a 10 de una varilla inmediatamente inferior.

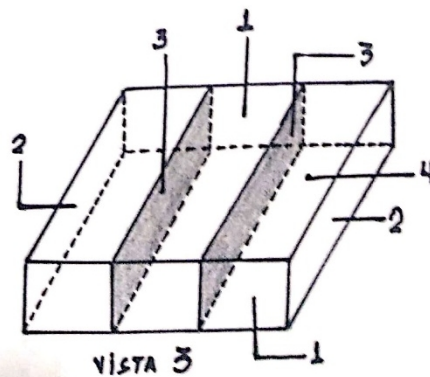
Tabla 1. Comparación entre los ábacos cerrados, abiertos y el contador motivo de la solicitud de patente.

Ventajas del contador	Desventajas de los ábacos
En cada casilla se pueden meter y sacar los billetes que se quieran. Un billete se cambia por otro puesto que, son similares al dinero, presentándose de esta forma algo más real.	En cada varilla solo se pueden tener 10 bolitas, no se pueden meter ni sacar. Las bolitas se cambian por otras bolitas entre varillas diferentes. Los números son se ven reales, todo es abstracción.
La forma de su presentación coincide con nuestro sistema de numeración. Leemos de izquierda a derecha y así mismo escribimos.	Su presentación no coincide con el sistema numeración nuestro, Leemos de abajo hacia arriba y escribimos luego de los de izquierda a derecha.
Se pueden trabajar todos los conceptos mencionados en el resumen y para las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir, se trabaja con números naturales y fraccionarios.	Solo se pueden trabajar los conceptos mencionados en el resumen referidos a las cuatro operaciones básicas y con los números naturales solamente, agregándose a lo anterior que, solo hay 10 bolitas.
El número de casillas pueden ser muchas. Esto implica realizar operaciones con muchas cifras enteras y fraccionarias.	El número de varillas no se puede aumentar, ni disminuir, ya vienen construidas, un número definido. Esto implica que los números a trabajar tienen limitaciones de acuerdo al número de dígitos.
No debe manejarse sino el conteo, la clasificación, el orden y el cambio de los billetes.	Para restar, multiplicar y dividir, se necesitan procedimientos nuevas y que son engorrosas, aumentando la complejidad en el manejo de este juego.
Existe la oportunidad de razonar, reinventar y manejar desde chicos, las diferentes actividades con el dinero.	
No existen aprendizajes memorísticos, repetitivos ni tampoco, se deben utilizar algoritmos predeterminados y casi impuestos por los maestros.	

Figura Contador-Patente



VISTA 2



VISTA 3

Descripción de las vistas:

- La vista número 1 nos muestra el contador-caja del proyecto de patente, sin doblar. Se dobla por las líneas discontinuas y las piezas sombreadas que se asemejan a una puerta sobre el piso, se giran hacia la derecha hasta que queden en forma vertical formando así, los entrepaños o celosías. Esta se puede realizar en cartón, El objeto es una caja en forma de paralelepípedo recto rectangular sin tapa superior y con solo 2 entrepaños. Las piezas que la componen son: La #1, representa las dos tapas laterales de la caja, la #2 muestra las otras dos tapas laterales y que son

más largas que las anteriores, la #3, representa la tapa de abajo de forma rectangular y la #4, corresponde a la tapa inferior de la caja.

- La vista número 2 representa un modelo de contador desdoblado con 4 entrepaños, mirado desde arriba.
- La vista número 3, es una imagen de la caja armada con tan solo 2 entrepaños y en ella se muestran las “mismas” piezas de la vista 1.

REIVINDICACIONES

Con éste juego se le da la oportunidad al aprendiz de encontrarse con algunos conceptos de la Matemática como ya se habían detallado en el resumen, sin necesidad de aprenderse nada de memoria y además, por sus propios medios y siguiendo las instrucciones del juego puede: razonar, descubrir y hasta crear otros algoritmos para las cuatro operaciones básicas entre números naturales y decimales. Solo debe entender y seguir las reglas de este divertido pasatiempo.

El contador se enmarca dentro de los materiales didáctico-pedagógicos, para la enseñanza y el aprendizaje de varios conceptos de la Matemática acorde con las teorías que debe tener y se deben aplicar dentro de los retos para la pedagogía del siglo XXI, como lo asevera, Carlos A. Jiménez (2017) en su libro “Cerebro Creativo”. Estos retos tienen que ser dirigidos al desarrollo del pensamiento, lo que de plano implica, fuera el aprendizaje memorístico. La enseñanza y el aprendizaje en general, tienen que ser dos procesos plenos de goce, de alegrías, de juegos y de toda clase de espacios lúdicos. El banquete que debemos preparar nosotros los maestros para los estudiantes no puede ser otra cosa diferente a: “**Bienvenidos a deleitarse con el acto de pensar**”. Jiménez. C. A. (1999). EL CEREBRO CREATIVO. Cooperativa editorial magisterio. Bogotá.

INSTRUCCIONES DEL JUEGO.

- ***EL MAESTRO-BANCO DEBE: CONOCER EL JUEGO, HACER LAS ENTREGAS DE DINERO A SUS ALUMNOS Y PROPONER CADA ACTIVIDAD.***

A continuación se puede observar (ver figura 1), el contador (tiene solamente 6 casillas, se pueden agregar otras de acuerdo a las necesidades). Además, la propuesta sobre el modelo de los billetes, tiene una diagramación con algunos elementos alusivos al acervo cultural del departamento del Huila, Colombia. (No es obligatoria esta diagramación, se puede hacer de acuerdo a otros departamentos, países u otro tipo de aspectos culturales, buscando la presencia de otros aprendizajes en áreas del conocimiento diferentes a la Matemática).

Figura 1. El contador



Antes de entrar de lleno con el manejo de las operaciones básicas, es necesario realizar ciertas actividades con el contador, a saber:

1. Como se trata de jugar en el aula, el maestro hace las veces de banco entregando el dinero a sus alumnos.
2. Ejercitar los cambios de los billetes de acuerdo a su denominación. Por ejemplo, si tiene 15 billetes de \$10 (colocarlos en la respectiva casilla del contador), debe cambiar 10 de ellos, ir al banco y pedir la entrega de un billete de \$100 y dejar los cinco restantes, colocando el resultado de su operación bancaria en las respectivas casillas del contador. O bien, si tiene 1 billete de \$1/10, puede cambiarlo por 10 billetes de la denominación inmediatamente anterior, o sea 10 de \$1/100 y colocarlos en su respectiva casilla.
3. Se entrega a cada jugador una cantidad de billetes, debe contarlos, escribir o decir ¿Cuánto dinero recibió? Por ejemplo al final del conteo tiene \$345. Debe escribir en números y en letras la cantidad recibida y expresarlo verbalmente ¿Cuántos billetes de \$1, de a \$10 y de \$100, etc., tiene?, 3 de \$100, 4 de \$10 y 5 de \$1 y finalmente expresar: tengo 3 centenas, 4 decenas y 5 unidades. Es clave que indique lo siguiente: que 345 es igual a $300+40+5$, o de otra forma, 3 decenas más 4 decenas más 5 unidades. Lo contrario también es importante, 3 centenas más 4 decenas más 5 unidades equivalen a: $\$300+\$40+\$5=\$345$ o simplemente expresarlo como un número, 345.
4. Es vital para este pasatiempo abordar conceptos matemáticos que quizás aquí no se toquen, se trata de, manipular el conteo:
 - De uno en uno, de 10 en 10, de 100 en 100, de décimas en décimas, de centésimas en centésimas, etc.
 - “Doblar” para llegar a resultados de una manera más rápida. Por ejemplo contar hasta el número 128, así se haría: $2+2=4$, $4+4=8$, $8+8=16$, $16+16=32$, $32+32=64$ y $64+64=128$. Para lo anterior es importante manejar el “doblaje”: $1+1=$, $2+2=$, $3+3=$, $10+10=$, $1000+1000=$, etc. y porque no la tabla del 2, o $100+100$ es lo mismo que 2×100 o para 4×4 , ¿A qué es igual 4 al cuadrado?
 - Manejar resultados como: el complemento de 3 con respecto a 10 es 7. El complemento de 14 con respecto a 20, es 6, etc. (en otros términos podemos decir también ¿Cuánto le hace falta a 3 para llegar a 10? y ¿Cuánto a 14 para llegar a 20?
 - Una decena equivale a 10 unidades, 2 centenas equivalen a 200 unidades, 23 decenas equivalen a 230 unidades o a 2 centenas, 3 decenas y ninguna unidad.

Todos estos cálculos se deben manejar en sentido contrario, es decir 10 unidades equivalen a una decena y así sucesivamente con otras cantidades.

INSTRUCCIONES PARA SUMAR NÚMEROS NATURALES Y NÚMEROS DECIMALES.



SUMAS CON PUNTO DECIMAL

$$\begin{array}{r} 78.5 \\ + 45.7 \\ \hline 124.2 \end{array}$$

← Sumando
← Sumando
← Suma o total

1. Se entrega a un alumno-jugador, una cantidad de dinero para que la coloque en su contador de manera ordenada de acuerdo a las especificaciones que están diseñadas para él.
2. Se hace un nuevo desembolso de dinero para que haga realice un proceso similar al del paso anterior.
3. Se pide ahora que realice el conteo de las dos entregas hechas y como para seguir un orden, se haga primero en la casilla de las unidades y siga en orden ascendente hasta la última casilla.
4. Debe ahora indicar de manera verbal y escrita, cuánto dinero recibió como producto de las dos entregas, empleando en cada casilla los cambios de billetes de acuerdo a lo que señaló en el punto 1.
5. De esta manera se llega al resultado de la “suma”. El jugador-alumno tiene aquí la oportunidad de ir formulando o ideando un algoritmo para realizar las sumas, con el objeto incluso, de prescindir del contador.

INSTRUCCIONES PARA RESTAR NÚMEROS NATURALES Y NÚMEROS DECIMALES.

- Se puede plantear la siguiente situación u otra similar, el maestro-banquero le hace entrega al jugador una suma cualquiera de dinero para que la deposite ordenadamente en su ordenador (estas cantidades se entregan de acuerdo al grado de complejidad, que presenta la resta), el jugador luego, debe sacar cierta cantidad del contador siguiendo una “orden” por parte del maestro, primero extrae una cantidad determinada de la casilla de las unidades o de la casilla de menor denominación y luego de las otras hasta llegar a la casilla de mayor denominación y expresar cuanto le quedó en el contador. Este es el resultado del movimiento bancario. Ejemplo: recibe del banquero \$759 y debe sacar de su caja \$346. Otro ejemplo: se le entregan \$782 y debe sacar \$463. Aquí el jugador debe resolver una situación particular por sus propios medios y que se le presenta en la casilla de las unidades (esto es clave dentro del proceso de aprendizaje), para luego continuar con la devolución del resto de dinero. En los ejemplos finales se le entregan \$2000 y debe sacar \$1357 o se le entregan \$2000,04 y debe sacar \$1537,46. De esta manera se ha llegado a los ejercicios más “complejos o complicados”, hace su aparición en el minuendo una buena cantidad de ceros.



INSTRUCCIONES PARA MULTIPLICAR NÚMEROS NATURALES Y NÚMEROS DECIMALES.

- Iniciar con situaciones sencillas e ir graduando el nivel de complejidad, ejemplo 1: colocar en el contador 124×2 . De acuerdo a la interpretación (adecuada o no) de esta operación como una “suma reiterada” de sumandos iguales, depositar en el contador 2 veces 124 iniciando por las unidades y terminando con la cifra de las centenas. Ahora contar lo que se tiene, recordando el cambio billetes.

Ejemplo 2: depositar en el contador 243×4 siguiendo el mismo proceso que se utilizó para el ejemplo anterior.

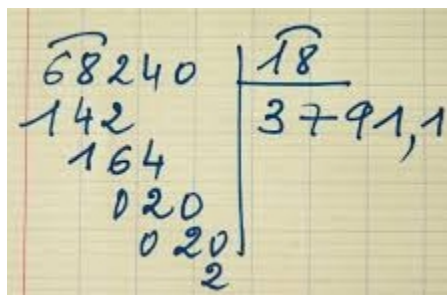
Ejemplo 3: depositar en el contador $231,4 \times 5$.

Ejemplo 4: guardar ahora en el contador, 346×234 . Dividir el ejercicio en 3 partes:

- A.** 346×4 , como 4 son las unidades del número 234, el resultado se coloca como anteriormente se hizo.
- B.** 346×3 , como 3 son las decenas del número 234, el resultado son decenas y se deposita en el contador iniciando por la casilla de las decenas o iniciando en la casilla de las unidades pero allí no colocar nada.
- C.** 346×2 , como 2 son las centenas del número 234, el resultado son centenas y al colocarlo en el contador no se debe colocar nada en unidades ni en las decenas, solo en las siguientes casillas de orden superior.

NOTA: Existen ejercicios en donde algunos cálculos ya realizados se deben retomar para ganancia de tiempo con el objeto de obtener otros resultados, por ejemplo: para encontrar ¿cuánto es: 456×464 ?, que se ha traducido en: 4 veces 456 para las unidades, 4 veces para las centenas (aquí se retoma el cálculo hecho en las unidades) y 6 veces 456 para las decenas, ya se tiene en las unidades y en las decenas, 4 veces 456, basta agregar 2 veces más 456.

INSTRUCCIONES PARA DIVIDIR NÚMEROS NATURALES Y NÚMEROS DECIMALES.



- ❖ Se requiere para esta operación que el alumno-jugador tenga dos contadores. En uno de ellos colocará el dividendo y en el otro el cociente o resultado, el divisor lo escribirá, lo tendrá en su mente o el maestro lo repetirá cuantas veces sea necesario.
- ❖ La repartición debe iniciarse en la casilla que tenga los billetes de mayor denominación y continuar en orden descendente hasta donde se requiera, o sea hasta la de menor denominación.
- ❖ El maestro-banquero entrega \$463 para repartirlo entre dos personas en partes iguales. ¿Cuánto le corresponde a cada uno? (el aprendiz debe colocar cada uno de los movimientos en el contador respuesta como se puede apreciar en la figura 2 o en otras diferentes y adecuadas para cada ejercicio y que aparece al final de estas instrucciones). La repartición debe iniciarse por la casilla de mayor denominación como ya se indicó, en el caso que nos ocupa, se tiene en el dividendo 4 centenas las que al repartirlas entre 2 personas corresponden a cada uno 2 de ellas y estas se colocan en la casilla centenas del segundo contador(o sea en el contador que he denominado, respuesta) En este momento podemos decir algo sobre la repartición final y es que a cada persona le corresponderá un número mayor o igual a doscientos y menor o igual a 299. Se continúa repartiendo las decenas que en nuestro ejemplo son 6 y entonces a cada persona le corresponden 3, que se deben colocar en la casilla de las decenas del contador respuesta. Aquí se precisa más la respuesta, ella es un número mayor o igual a 230 y menor o igual a 239. Finalmente se reparten las unidades que en el ejemplo son 3, correspondiendo a cada persona \$1 o una unidad y que debe colocarse en el contador respectivo. Se **obtiene así como respuesta:** a cada persona le corresponde \$231 y sobra \$1. Los primeros ejercicios deben ser similares al anterior y que no ofrezcan ninguna dificultad. Otras entregas podrían ser: \$864,25 para repartirlo entre 2 personas. \$1345,6 para repartirlo entre 12 personas, etc.
- ❖ Se requiere ahora repartir \$2578,2 entre 24 personas (los movimientos que se realizan en este ejercicio, se pueden observar en la figura 2, compuesta de 2

columnas, la de izquierda es el “contador dividendo” y la de la derecha el “contador cociente o respuesta”). Lo primero en este ejercicio consiste en averiguar, cuántas veces cabe 24 entre 2, como no es posible repartir 2 billetes de \$1000 entre 24 personas, la solución es convertirlas en centenas, quedando entonces 25 centenas (esto nos indica que a ninguno le tocan billetes de 1000, o sea que la respuesta es un número mayor o igual a 100). La pregunta ahora es ¿Cuántas veces cabe 24 entre 25 o a cada una de las 24 personas cuánto dinero le corresponde? La respuesta es una centena y sobra otra, o sobra un billete de 100. Esta cantidad debe colocarla en el contador resultado y tenemos algo más preciso sobre el resultado final de la repartición, él va a ser un número mayor o igual a 100 y menor o igual a 109). La centena que sobra no se puede repartir entre 24 personas como se indica, se tiene que pasar a la casilla siguiente o sea a la de las decenas, obteniendo 17, como estas 17 no se pueden repartir entre 24 personas, las convertimos o cambiamos por unidades obteniendo finalmente 178 unidades para repartirlas entre las 24 personas colocando luego debido a la no posibilidad de repartir las 17 decenas, 0 en el contador respuesta o sea ningún billete de \$10. Ahora nos hacemos la pregunta ¿Cuántas veces cabe 24 entre 178?, como quizás se dificulte la respuesta, recurrimos al siguiente procedimiento (utilizar papel y lápiz) **de sumar un poco rápido** a saber: $24+24=48$ (van 2 veces).

$48+48=96$ (van 4 veces).

$96+96=192$, se pasa de 178, luego

$96+48=144$ (van 6 veces y aun no nos pasamos de 178).

$144+24=168$ (van 7 veces) y sobran 10 ($178-168$). Colocamos en el contador respuesta 7 unidades (en este momento la respuesta es un número mayor o igual a 107 y menor o igual a 107,9)

Por último, como las 10 unidades que sobraron ante la no posibilidad de repartirlas entre 24 personas. En el “contador resultado colocamos coma” o en la forma escrita el resultado de la repartición llevará la coma. Estas 10 unidades, las cambiamos por décimas o sea que tendremos en el “contador dividendo” 102 décimas. Al repartir estas 102 entre 24, realizamos el mismo procedimiento de las sumas rápidas. $24+24=48$ (van 2 veces).

$48+48=96$ (van 4 veces). Este 4 lo colocamos en el “contador respuesta”.

El resultado final es: A cada uno de las 24 personas le tocan \$107,4 y sobran 6 décimas ($6/10$). El número 107 debe estar en el “contador respuesta” y las décimas en el “contador dividendo”.

En este momento si se desea, podemos continuar repartiendo las 6 décimas que sobraron, con el mismo procedimiento anteriormente descrito.

Figura 2. Descripción del proceso de división

Contador -Dividendo	Contador- Cociente
2 5 7 8 2	
25 7 8 2	1
1 7 8 2	1 0
17 8 2	1 0 7
178 2	1 0 7 4
10 2	
102	1 0 7 4
6	107,4
6/10 o 6 décimas.	Ciento siete enteros y 4 décimas

- ❖ Se continúa aumentando el grado de complejidad para cada uno de los ejercicios, repensando o eligiendo por parte del maestro, una apropiada selección de ejemplos.

Nota: Al hacer el seguimiento a esta última sesión, se pueden concluir varias cosas:

1* No es necesario utilizar las tablas de multiplicar, ni restar, ni adivinar, ni memorizar, ni adivinar cuantas veces "cabe" o no un número en otro, solamente se requiere, ser un poco hábil para sumar de manera "rápida" como lo he indicado o contar de uno en uno, de 10 en diez, etc. y cambiar billetes de acuerdo a su denominación.

2* Desde el comienzo de las acciones se puede con seguridad, decir algo de la respuesta y a medida que se avanza se obtiene mayor precisión sobre ella.

3* El lenguaje utilizado para dividir que se utiliza en el algoritmo tradicional, lo podemos entender con toda seguridad de una manera concreta y no tenemos entonces que aprenderlo de memoria, tampoco practicarlo y mucho menos recitarlo memorísticamente y sin sentido, solo juega y jugar con el contador, dentro y fuera del aula.